

Ядрени моменти

Ядрата са съставени от нуклеони с орбитален ъглов момент, спин и магнитен момент, а протоните са с електричен заряд.

Всяко квантово състояние на ядрото се характеризира с определен електромагнитен момент. Значение имат диполният магнитен и квадруполният електричен моменти - големините им могат да се определят чрез измерване енергията на взаимодействие между съответния момент и външно електромагнитно поле (полето на атомния електронен облак, на кристалната решетка, в която е вграден атома, или създадено от външен магнит поле).

Опитно определените квантови характеристики носят информация за структурата на ядрото.

Механичен момент – спин

Всеки нуклеон в дадено състояние има механичен (орбитален) момент $\hat{\mathbf{l}}$, (зададен с квантовите числа \mathbf{l} и m_l) и собствен (спинов) момент $\hat{\mathbf{s}}$ с квантови числа $s = 1/2$ и $m_s = \pm 1/2$. Пълният ъглов момент на един нуклеон е

$$\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{l}} + \hat{\mathbf{s}}$$

Представя се чрез операторите \hat{j} и \hat{j}_z с уравненията за собствените стойности

$$\hat{j}^2 |j, m_j\rangle = j(j+1)\hbar^2 |j, m_j\rangle$$

$$\hat{j}_z |j, m_j\rangle = m_j \hbar |j, m_j\rangle$$

$|j, m_j\rangle = \Psi_{j, m_j}$ е вълновата функция Ψ_{j, m_j} (нуклеон в съст. с \hat{j} и m_j)

$$j = \mathbf{l} \pm \frac{1}{2}, \quad (s = 1/2)$$

$\mathbf{l} = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ (съответните означения са $s, p, d, f, g, h, i, \dots$).

Пълният механичен момент $\hat{\mathbf{I}}$ на ядрото в дадено квантово състояние е

$$\hat{\mathbf{I}} = \sum_{k=1}^A \hat{\mathbf{j}}_k \quad \text{нарича се спин}$$

и има свойствата на ъглов момент

$$\hat{I}^2 |I, m_I\rangle = I(I+1)\hbar^2 |I, m_I\rangle \quad \text{и} \quad \hat{I}_z |I, m_I\rangle = m_I \hbar |I, m_I\rangle$$

$|I, m_I\rangle$ е вълновата функция на ядрото в състояние с ъглов момент \hat{I} и проекция на ъгловия момент m_I . m_I има $(2I + 1)$ стойности от $-I$ до $+I$.

Ядрото - частица с вътрешен ъглов момент \vec{I}
 (ядрен ефект на Зеeman: състояние с момент \vec{I} се разцепва на $2I+1$ отделни състояния според стойностите на m_I)

Правила за определяне на I на ядро в основно състояние

* Пълният спин на запълнен слой е нула (аналогия с пълния момент на атомната обвивка на благородните газове)

Нуклеон над запълнен слой определя спина на ядрото $\vec{I} = \vec{j}$

Две „валентни“ частици над запълнен – моментите им се сумират $\vec{I} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ и за I са възможни няколко стойности, според правилата за сумиране на вектори в квантовата механика.

Нуклеон над „ядка“ от останалите нуклеони с ненулев момент - $\vec{I} = \vec{j}_{\text{ядка}} + \vec{j}$

* За ядра в основно състояние нуклеоните се сдвояват (двойки от един вид с антипаралелни моменти и общ момент на двойката нула).

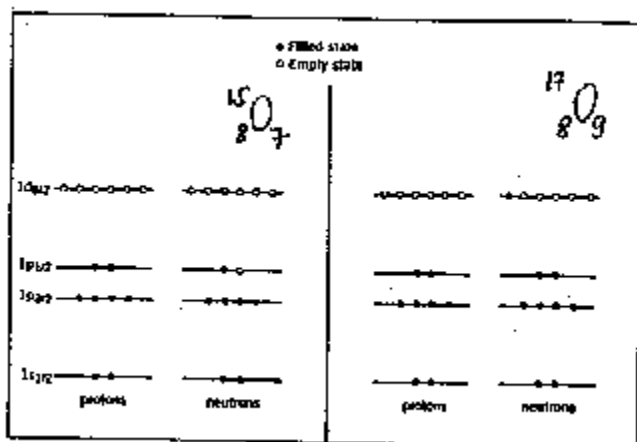
Спинът на основните състояния

- на четно-четно ядро е нула
- на четно-нечетно ядро е полуцял, но не надвишава $9/2$
- на нечетно-нечетно ядро е цял, в резултат от сумирането на моментите на единичните протон и неутрон, но обикновено не надвишава 5

Пример $^{16}_8\text{O}_8$, $^{17}_8\text{O}_9$ и $^{17}_9\text{F}_8$

Спинът на $^{16}_8\text{O}_8$ трябва да е нула (това е и измерено) $^{17}_8\text{O}_9$ има един неутрон в повече $d_{5/2}$ ($j = 5/2$, $\mathbf{l} = 2$, $s = 1/2$)

$^{17}_9\text{F}_8$ има един протон в повече $d_{5/2}$ ($j = 5/2$, $\mathbf{l} = 2$, $s = 1/2$)



$I = j = 5/2$ с четност $+$ ($\mathbf{l} = 2$)

$^{17}_9\text{F}_8$ има протон и неутрон в повече от $^{16}_8\text{O}_8$

- $d_{5/2} (j_1 = j_2 = 5/2)$

от сумиране на спиновете следва спин $I = 1$ (четност +). Измереният спин на ${}^{17}_9\text{F}_8$ е $I = 1$.

Четност на ядрените състояния

Всяко ядрено състояние има четност. Собствените стойности на оператора на четността \hat{P} са две: $\pi = \pm 1$

$\hat{P}\psi = \pi\psi$ при $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$ – ако вълновата ф-ция си сменя знака – отрицателна четност, ако не го сменя – положителна четност

$\hat{P}^2\psi = \hat{P}(\pi\psi) = \pi^2\psi = \psi \rightarrow \pi^2 = 1$ (два пъти простр. инверсия)

За система от A нуклеона четностите се умножават

$$\pi = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \pi_3 \dots \pi_A$$

Четността на вълновата функция е $\pi = (-1)^L$ – четни ще бъдат състоянията s, d, g, i, \dots , а нечетни – p, f, h, \dots

Електромагнитни моменти

Обща информация

Информацията за строежа на ядрата се получава от електромагнитните взаимодействия.

Силното взаимодействие определя разпределението и движението на нуклеоните в ядрото, но то се изучава чрез електромагнитното взаимодействие, което е по-слабо и затова при измерванията *не променя* силно самото ядро.

Разпределени в пространството електрични заряди и токове създават електрични и магнитни полета. Всяко разпределение на заряди и токове се характеризира с *електромагнитен мултиполен момент*.

електрично поле $1/r$ → точков заряд (нулев момент или *монопол*)

електрично поле $1/r^2$ → дипол (първия или *диполния момент*)

електрично поле $1/r^3$ → квадрупол (втория или *квадруполния момент*)

аналогично и за магнитните мултиполни моменти с изключение на магнитния монопол (магнитен монопол не съществува)

мултиполни полета от най-нисък порядък

- сфера с равномерно разпределени заряди дава само поле на точков заряд (всички полета от по-висок порядък са равни на нула)

- кръгов ток дава само поле на магнитен дипол

За характеризиране на електромагнитните свойства на ядрата е достатъчно да се измерят или изчислят само мултиполните моменти от най-нисък порядък.

Симетрията на ядрата налага условие за четността на мултиполните моменти (свързано с четността на ядрените състояния). Всеки електромагнитен

мултиполен момент има четност, определена от поведението на оператора на мултиполния момент при пространствена инверсия.

четността на електричните моменти е $(-1)^L - L$ е порядък на момента.

за монопол $L = 0$, за дипол $L = 1$, за квадрупол $L = 2$, за октупол $L = 3$, за хексадекапол $L = 4$ и т.н.

четността на магнитните моменти е $(-1)^{L+1}$

(следва от класическата електродинамика)

Очакваната стойност на един магнитен момент се изчислява като

$$\langle \mathbf{m} \rangle = \int_{\tau} \psi^* \hat{M} \psi d\mathbf{r}, \quad \hat{M} \text{ е оператор на момента, } \tau - \text{обем на ядрото.}$$

Четността на вълновата функция не играе роля, защото тя е два пъти в интеграла.

Но ако операторът \hat{M} е нечетен, $\psi^* \hat{M} \psi$ е също нечетна функция на координатите и $\langle \mathbf{m} \rangle = 0$ Извод: всички статични мултиполни моменти с отрицателна четност са $= 0$ (електричен диполен, магнитен квадруполен, електричен октуполен и т.н.)

Магнитен диполен момент

Магнитният момент е свързан с движението на нуклеоните и техния магнетизъм, свързан със спина им.

Магнитният момент на ядрото, обусловен от орбиталното движение на протон на „орбита“ с ъглов момент \mathbf{l} и магнитно квантово число m_l , е

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e}{2m_p} \mathbf{l} \quad m_p - \text{маса на протона}$$

Измерваният магнитен момент се дефинира като проекция на $\boldsymbol{\mu}$ по оста z

$$\mu_z = \frac{e}{2m_p} l_z = \frac{e\hbar}{2m_p} m_l \quad \text{с} \quad l_z = m_l \hbar$$

и съответства на максималната възможна стойност на z -компонентата на ъгловия момент.

Като се замести m_l с максималната проекция на $\mathbf{l} \rightarrow (m_l)^{\max} = +l$

$$\mu_z = \frac{e\hbar}{2m_p} l.$$

$$\left| \frac{\boldsymbol{\mu}}{\mathbf{l}} \right| = \frac{e}{2m_p} - \text{жиромагнитно отношение}$$

Магнитният момент от движението на един нуклеон с орбитално квантово число l

$$\mu_l = g_l \frac{e\hbar}{2m_p} l = g_l l M_j$$

$M_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p}$ - ядрен магнетон (по аналогия с магнетона на Бор) $\rightarrow M_{\text{я}} \sim M_{\text{В}}/2000$

$$M_{\text{я}} = 5.10^{-27} \text{ J/T} = 3,1525 \cdot 10^{-8} \text{ eV/T} \quad (M_{\text{В}} = 0,9 \cdot 10^{-23} \text{ J/T} = 5,7884 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T})$$

g_1 - жиромагнитен фактор (орбитален) - дава жиромагнитното отношение в единици ядрени магнетони $M_{\text{я}}$.

g_1 на един нуклеон в ядрото не може да се измери директно, но се приема

$$g_1^{\text{p}} = 1 \quad (\text{за протон}) \quad \text{и} \quad g_1^{\text{n}} = 0 \quad (\text{за неутрон})$$

Нуклеоните имат и магнитен момент, свързан със спина:

$$\mathbf{\mu}_s = g_s \frac{e}{2m_p} \mathbf{s} = g_s m_s M_{\text{я}}$$

максималната стойност на $m_s = s^{\text{max}} = +1/2$ (изразява се също в единици \hbar)

g_s се изчислява в релятивистичната квантова механика (за точкова частица със спин 1/2 уравненията на Дирак дават за електрона $g_s = 2$, а опитно определената стойност на g_s е 2,0023 и се изчислява точно като се вземат предвид корекциите от по-висок порядък в квантовата електродинамика).

Очаквани стойности $\rightarrow g_s^{\text{p}} = 2$ за протон и $g_s^{\text{n}} = 0$ за неутрон (свободни нуклеони).

Експериментално измерените спинови жиромагнитни фактори са

$$g_s^{\text{p}} = 5,5856912 \pm 0,0000022 \quad (\text{протон}) \quad \text{и} \quad g_s^{\text{n}} = -3,8260837 \pm 0,0000018 \quad (\text{неутрон}) \quad !!!$$

Магнитните моменти (в единици ядрени магнетони) са точно 1/2 от тези стойности, (заместваме $m_s = 1/2$ в израза $\mathbf{\mu}_s = g_s m_s M_{\text{я}}$)

Пълният магнитен момент на ядрото е

$$\mathbf{\mu} = \frac{M_{\text{я}}}{\hbar} \sum_{k=1}^A [g_1(k) \mathbf{I}(k) + g_s(k) \mathbf{s}(k)],$$

а от друга страна

$$\mathbf{\mu} = g_I \mathbf{I} M_{\text{я}} / \hbar \quad \text{или} \quad \mu_z = g_I I M_{\text{я}}.$$

I е спин на ядрото (максималната стойност на m_I)

Измерва се $\langle \mathbf{\mu} \rangle \rightarrow (2I + 1)$ възможни стойности за μ , защото I има $(2I + 1)$ възможни проекции по оста z

Изчисляване на $\mu \rightarrow$ в рамките на ядрен модел

Ако ядрото има нечетен брой нуклеони, „ядката“ от $(A-1)$ нуклеона има нулев спин и нулев магнитен момент \rightarrow спинът и магнитният момент на ядрото се определят от последния несдвоен нуклеон (модел на Шмид).

Емпирични закономерности

От измерване на магнитните моменти на ядрата се вижда, че

- ядрените магнитни моменти са 10^{-3} от атомните магнитни моменти

(ядреният магнетон дава добре порядъка на ядрения момент).

- ядрата с нулев спин имат и нулев магнитен момент (четно-четните ядра)
- жиромагнитните фактори са между -4 и $+6$ (компенсиране на магнитните моменти на отделните нуклеони)

магнитният момент на едно ядро е сумарен от орбиталните и спиновите магнитни моменти на отделните нуклеони, затова и не съществува определена проста закономерност за магнитните моменти.

Експериментално определяне на магнитните моменти

Свърхфино разцепване на атомните спектри в магнитно поле

Фино разцепване (*фината структура*) \rightarrow от спин-орбиталното взаимодействие Свърхфина структура - всяка от линиите на фината структура се разцепва.

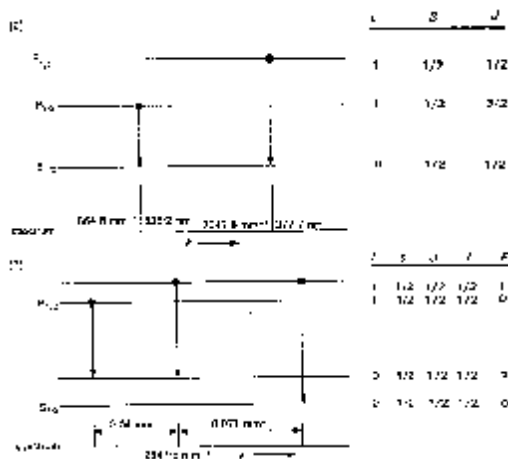
Причина за свърхфина структура:

- 1) повече от един изотоп (напр. Н и D)
- 2) взаимодействие на магнитния момент на атомната обвивка с магнитния момент на ядрото (наблюдавано е свърхфино разцепване и за елементи с един стабилен изотоп)

Пълният момент на атома е $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$ с \mathbf{J} - ъглов момент на атомната обвивка, а \mathbf{I} - механичен момент на ядрото. Тогава

$$|\mathbf{F}| = \hbar \sqrt{F(F+1)}, \quad \text{а } F \text{ се определя от } |I - J| \leq F \leq I + J.$$

В магнитно поле ниво с момент \mathbf{F} се разцепва на $(2F + 1)$ поднива. I се определя от броя на тези поднива (ако J е известно от броя на линиите на фината структура). Ако $\mathbf{J} = 0$, $F = I$.



(а) Две оптични линии на талий, разцепени в резултат на спин-орбитално взаимодействие

(б) Разцепване на дясната от тези линии на три компоненти вследствие спина на ядрото

Пример: талий (дублет с дължина на вълната 535,2 nm и 377,7 nm, съответно вълнови числа 1864,8 и 2647,8 nm⁻¹ поради спин-орбитално взаимодействие). Обяснението на разцепването на линия 377,7 nm е следното: ако ядрото има спин $I = 1/2$, всяко от нивата с $P_{1/2}$ и $S_{1/2}$ ще се разцепи на 2 и съответно двете възможни стойности на $F = 0, 1$.

Между тези 4 нива може да има три прехода \rightarrow подборно правило $\Delta F = 0, \pm 1$ (забранени са преходи между две нива с $F = 0$, т.е. преходи $0 \rightarrow 0$).

Опитно се наблюдават 3 линии - всяко от нивата с $L = 0$ и $L = 1$ се разцепва на две, за спина на ядрото следва $I = 1/2$.

В отсъствие на външно магнитно поле векторите \vec{J} и \vec{I} прецесират около \vec{F} (интеграл на движението). В слабо магнитно поле \vec{B}_0 , върхът на вектора \vec{F} ще прецесира около посоката на \vec{B}_0 с честота равна на честотата на ларморова прецесия

$$\omega_L = \frac{e}{2m} B_0.$$

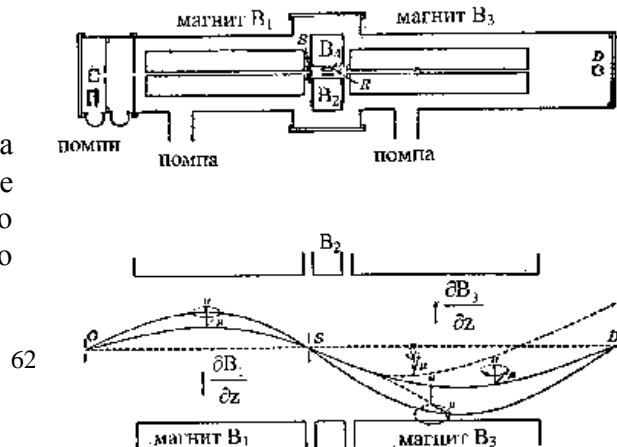
За много силно \vec{B}_0 ($\mu_e B_0 \gg \mu_y B_e$ с μ_e - магнитен момент на електронната обвивка, μ_y - магнитният момент на ядрото, B_e - магнитен момент на електронната обвивка в областта на ядрото) двата вектора \vec{F} и \vec{J} прецесират независимо. Обикновено $\mu_e/\mu_y \sim 2000$, а B_e за феромагнетици може да е $\sim 10^2$ T (достатъчно е външно поле от около 0,05 T, за да бъде $(\mu_e/\mu_y)B_0 \gg B_e$).

Резонансен метод на Раби

Ядрените магнитни моменти са много малки, затова Раби разработва резонансен метод, основаващ се на промяна на ъгъла на момента $\vec{\mu}$ (и \vec{I}) спрямо външното магнитно поле. Промяната става под действие на слабо високочестотно магнитно поле (прецесията е от постоянно слабо магнитно поле). Атомарният (или молекулярен) сноп влиза във вакуумна камера с три магнита B_1 , B_2 и B_3 , а на изхода се намира детектор за регистриране на снопа. Магнитите B_1 и B_3 създават еднакви по големина нехомогенни полета със силен градиент по оста z (перпендикулярна на снопа). Между тези две полета има слабо хомогенно магнитно поле B_2 . Полетата B_1 и B_3 са такива, че

$$\frac{\partial B_3}{\partial z} = -\frac{\partial B_1}{\partial z}.$$

Апаратурата за резонансния метод на Раби. Снопът от пещичката П се фокусира върху детектора само ако премине през процеп S. Резонансното



радиочестотно поле променя ъгъла на вектора I и съответно се извършва преход към съседното подниво.

Нехомогенното магнитно поле е необходимо, за да отклони снопа и да го раздели на компоненти. Разделянето на компоненти според стойностите на I не може да се наблюдава пряко (много малко μ_y). През процеп S излизат само атоми с точно определена скорост и с определено отклонение. Магнитното поле B_3 отклонява снопа в обратната посока и го фокусира върху детектора. Силата F върху μ_y е еднаква и в двата магнита, ако градиентите им са еднакви

$$F_z = \frac{\partial B}{\partial z} |\mu| \cos(\mu, z) = \frac{\partial B}{\partial z} \frac{I_z}{I} |\mu| = \frac{\partial B}{\partial z} \frac{m_l}{\sqrt{I(I+1)}} |\mu|,$$

тъй като

$$\cos(\mu, z) = \cos(I, z) = \frac{I_z}{I} = \frac{m_l}{\sqrt{I(I+1)}}.$$

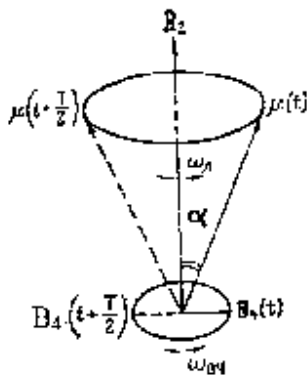
Действието на двете полета е еднакво при еднаква проекция на момента в двете полета, т.е. ако частицата е преминала през областта на полето B_2 без промяна.

Атомните магнитни моменти са с три порядъка по-големи от ядрените, атомните ефекти ще доминират. Добре е да се използват атоми или молекули, в които пълният момент на атомната обвивка е нула.

В полето B_2 ядреният магнитен момент прецесира около посоката на полето B_2 , проекцията на I по оста z е постоянна $-I_z = m_l \hbar$.

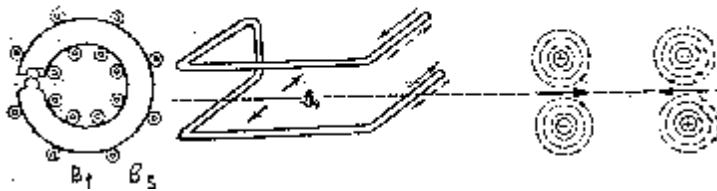
Ако перпендикулярно на полето B_2 се приложи променливо магнитно поле B_4 , с такава честота, че $\hbar \omega_{B4}$ да е равна на разликата в енергиите на две нива m_l и $(m_l + 1)$, е възможно да стане преход (преход между поднива с поглъщане на енергия от външното поле B_4 е възможен, понеже става принудено). Изменя се проекцията I_z се нарушават условията за фокусировка в полето B_3 - в детектора няма да влезат частици.

Енергията на взаимодействие е $U = \mu \cdot B_2 = g_l B_2 m_l M_y$ и разликата в енергиите на две съседни поднива m_l и $(m_l + 1)$ е $\Delta U = g_l B_2 M_y$.



Прецесия на момента μ (и I) около полето B_2

действие на високочестотното поле B_4 . Макар то да е слабо, ако честотата му съвпада с честотата на ларморова прецесия, действието му върху проекцията $I \sin \alpha$ е непрекъснато и след около 100 до 1000 оборота това поле предизвиква промяна със скок на ъгъла α .

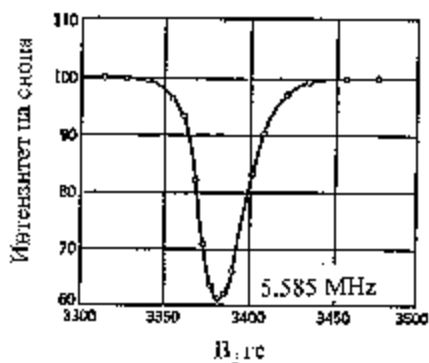


Схематично представяне как се създават полетата B_1 и B_3 и високочестотното поле B_4 . Електромагнитите B_1 и B_3 са направени от желязна тръба с дължина 50 cm, разрязана по образуващата. Работният отвор е с ширина 1 mm. Върху тръбата е намотана медна тръбичка, по която се пуска ток 100 A. Магнитното поле е около 1 T с градиент 8 T/cm. Отклонението на снопа при обща дължина на пътя около 1 m е 0,05 mm, поради което ширината на снопа трябва да е не повече от 0,01 mm. Високочестотното поле B_4 се създава от намотка с показаната отдясно форма.

Квантово обяснение - резонансно поглъщане на енергия $\Delta U = \hbar \omega = h \nu = g_I B_2 M_J$

Изменя се честотата на високочестотното поле $\nu_{\text{вч}}$ (или честотата на ларморова прецесия чрез промяна на полето B_2). Квантов преход при $\nu_{\text{вч}} = \omega_L / 2\pi$.

сноп от литий с резонанс $B_2 = 0,3385$ T и $\nu_{\text{вч}} = 5,585$ MHz. Изчислява се $g_I = 2,167$ и съответно $\mu = 3,250 M_J$ (от друг експеримент е известно, че $I = 3/2$).



Резонансната крива от ${}^7\text{Li}$.

Енергията на прехода от по-ниско към по-високо лежащо подниво може да се вземе от високочестотното магнитно поле или от взаимодействието на ядрения момент със средата, в която се намират ядрата (кристалната решетка), например от

топлинната енергия на изследвания образец (образецът се разглежда като тяло с безкрайно голяма топлоемкост). Излъчената енергия при преход от по-високо към по-ниско лежащо ниво може да се предаде на намотката, създаваща високочестотното магнитно поле (или да се отдели като топлинна енергия на средата). Предадената енергия е малка, но ефектът е измерим с радиочестотната спектроскопия.

Пърсел и сътр. (1946 г.) установяват, че запълнена с парафин (водородосъдържащо съединение) високочестотна кухня с обем 850 cm^3 поглъща резонансно честота 29,8 MHz, когато се приложи външно магнитно поле 0,71 T. Честотата на ларморова прецесия на протони в такова поле е точно 29,8 MHz.

Приложение - Ядрен магнитен резонанс за диагностика в медицината

Статично магнитно поле предизвиква зеemanово разцепване на дадено ядрено ниво с разлика в енергията на поднивата ΔE , а допълнителното радиочестотното поле се настройва на честота $\nu = \Delta E/h$, за да индуцира преход между поднивата. Преходът се установява чрез поглъщане на радиочестотна мощност при резонансната честота. За медицински цели е удобно да се използва резонанса във водород (^1H) и сканиране на пациента и проследяване на вариациите на резонансната честота, възникващи в статичното поле. Предимства на ЯМР (ядрен магнитен резонанс) са липса на йонизиращо лъчение и висока чувствителност към меките тъкани.

Електричен квадруполен момент

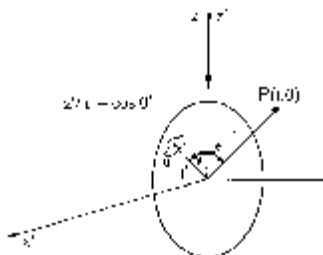
Разпределение на зарядите в ядрото - електричният потенциал V в т. $P(x, y, z)$ (вън от ядрото) е

$$V(r) = k_0 \int_{\tau} \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'$$

В първо приближение това е кулоново поле на точков заряд. Ако до т. заряд се постави втори с обратна полярност и същата големина, пълният заряд става нула, а полето се определя от полето на електричен дипол (два заряда $\pm e$, разположени симетрично спрямо началото на координатната система: $z = +a/2$ и $z = -a/2$).

Добавянето на еднакъв и противоположен по посока дипол предизвиква изчезването на диполното поле и дава поле на електричен квадрупол (два противоположни дипола - четири заряда с големина e и с редуваща се полярност по четирите върха на правоъгълник със страни d и l).

Електричният квадруполен момент е $eQ = e\delta l$ - Q има размерност на площ (единицата за квадруполен момент е барн, b ($1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$)).



Координатната система на ядрото (x', y', z') и точката на измерването $P(\mathbf{r})$ в лабораторната система лежи на оста z' .

Нека ядрото да има форма на ротационен елипсоид, а началото на к. с-ма съвпада с центъра на зарядовото разпределение. Т. $P(\mathbf{r})$ е върху оста z' . Развитие на полето по мултиполи (по степените на $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$) се изразява в *полярни координати* с полиномите на Лежандър

$$V(r) = k_0 \left[\frac{1}{r} \int \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \frac{1}{r^2} \int \rho(\mathbf{r}') r' \cos \theta' d\mathbf{r}' + \frac{1}{r^3} \int \rho(\mathbf{r}') r'^2 \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta' - 1) d\mathbf{r}' + \dots \right]$$

Множителите 1 , $\cos \theta'$ и $(3 \cos^2 \theta' - 1) P_{0,1,2}(\cos \theta')$. Пълният заряд на ядрото е

$$\int_{\tau} \rho(r') d\mathbf{r}' = Ze$$

(не представлява интерес за ядрения строеж).

Вторият член
$$\int_{\tau} \rho(\mathbf{r}') r' \cos \theta' d\mathbf{r}'$$

е диполният момент eD (за всички ядра е равен на нула, поради нечетността на оператора и експериментално доказано с точност 10^{-7}).

Първият член от интерес за ядрената структура е квадруполният член.

$$\text{Квадруполен момент на ядрото} \rightarrow eQ = \int_{\tau} \rho(\mathbf{r}') r'^2 (3 \cos^2 \theta' - 1) d\mathbf{r}'$$

(когато оста z' съвпада със оста z и точката $P(\mathbf{r}, \theta)$ лежи на оста z , съвпадаща с z' , и максималната проекция на ядрения спин е по оста z).

Квадруполният момент на ротационен елипсоид

$$eQ = \frac{2}{5} eZ (c^2 - a^2), \quad c \text{ и } a - \text{голяма и малка полуоси}$$

Изтеглените по оста z' ядра имат $Q > 0$, а сплеснатите ядра имат $Q < 0$.

Сферичните ядра ($c = a$) имат нулев квадруполен момент.

От измерения квадруполен момент на едно ядро се прави извод за формата му – сферични или деформирани и в каква посока са деформирани.

Въвеждаме коефициент на деформация

$$\beta = \frac{\Delta R}{R_0}$$

където $R_0 = \frac{c+a}{2}$ е средният радиус при малка деформация, а $\Delta R = c - a$ е разликата между двете полуоси. За квадруполния момент се получава

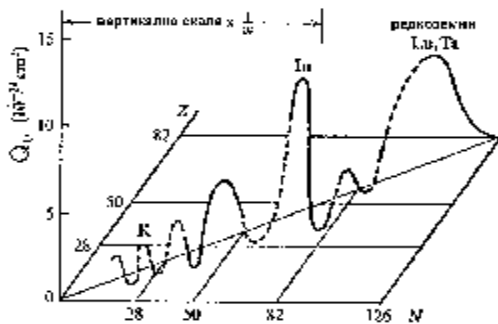
$$eQ = \frac{4}{5} eZR_0 \Delta R = \frac{4}{5} eZR_0^2 \beta.$$

Квадруполният момент на ядрата може да се измери от взаимодействието му с външно електрично поле с градиент по оста z на лабораторната система.

Квадруполният момент на квантово-механични системи трябва да включва и спина на ядрото (I прецесира около оста z , по която е и градиента на полето). Означаваме с q измерваната стойност на квадратния момент и това е

$$q = \langle Q \rangle. \quad \langle Q \rangle = Q_0 \frac{3m_l^2 - I(I+1)}{I(2I-1)},$$

Q_0 е собственият квадруполен момент, в системата (x', y', z') , свързана с ядрото.



Експериментални данни за квадратните моменти

Квадруполният момент може да се измери само за ядра, чийто спин е отличен от $1/2$ и от 0 . Ефективният квадруполен момент е измерваната опитно величина $\langle Q \rangle$.