

СТАТИЧНИ СВОЙСТВА НА ЯДРАТА

МАСА НА ЯДРАТА

1. Дефиниция и единици

Масата на едно ядро е сума от масите на съставлящите го нуклеони намалена със съответния масов еквивалент на енергията на свързване:

$$M_{\text{я}}(Z,A) = Zm_{\text{p}} + (A - Z)m_{\text{n}} - B/c^2.$$

Единица за маса – атомна единица за маса, amu

1/12 от масата на атома на ^{12}C (въглеродна скала)

$$M_{\text{ат}}(^{12}\text{C}) = 12 \quad \text{amu}$$

масата може да се изразява в MeV/c^2 ($m = E/c^2$)

а импулсът – в MeV/c ($p = E/c$)

$$1 \text{ amu} = 931,49 \text{ MeV}/c^2 = (931\,494,32 \pm 0,28) \text{ keV}/c^2$$

$$1 \text{ MeV} = 1,07 \cdot 10^{-3} \text{ amu}.$$

Пример

$$M(^{197}\text{Au}) = (196\,966\,551,6 \pm 3,1) \times 10^{-6} \text{ amu}$$

Масите на атомите се дават в таблици чрез масовия излишък

$$\Delta M_{\text{ат}}(Z,A) [\text{в amu}] = M_{\text{ат}}(Z,A) [\text{в amu}] - A$$

или в енергетични единици MeV/c^2

$$DM_{\text{ат}}(Z,A) [\text{в MeV}] = M_{\text{ат}}(Z,A) [\text{в MeV}] - 931,49 A.$$

Атомните маси са свързани с ядрените маси чрез

$$M_{\text{ат}}(Z,A) = M_{\text{я}}(Z,A) + Zm_0 - B_e/c^2$$

m_0 - маса на електрона, B_e – средна енергия на свързване на всички електрони в атома (средно не повече от 3 keV/електрон)

Енергията на свързване дава информация за силата, с която си взаимодействат нуклеоните вътре в ядрото, а тя зависи от ядрената структура

2. Методи за определяне на масата

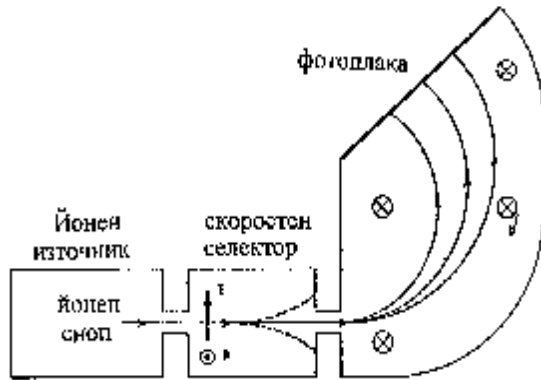
* преки методи - определяне на атомната маса (ако ядрото е стабилно, с помощта на магнитни спектрометри, (масспектрометри) се определя масата на йоните на определени атоми с висока точност, части от MeV)

* ядрени реакции (масата се получава косвено от измерената енергия на една от получаващите се частици)

* баланс по енергии при разпадане на ядрото

преки методи

Масспектрометър на Бейнбридж - отклонение на електрично зарядени частици под комбинираното действие на електрични и магнитни полета



$$r = \frac{mV}{qB}$$

$$F_{\text{ц}} = mv^2/r =$$

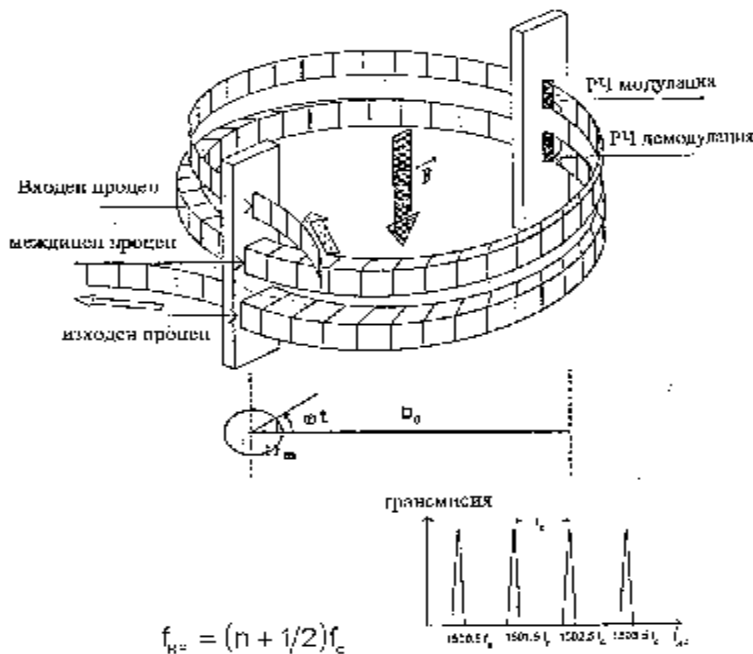
$$= \dot{\mathbf{F}}_{\text{Л}} = q[\dot{\mathbf{v}} \times \dot{\mathbf{B}}]$$

Метод на циклотронната честота - частица със заряд q , скорост v и маса m в напречно хомогенно магнитно B става по циклоида с радиус $r = \frac{mV}{qB}$

измерва се честотата на обиколките по кръговата орбита (циклотронна честота) $f_{\text{ц}}$

$$T_{\text{ц}} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m v}{v q B} = \frac{2\pi m}{B q} \quad f_{\text{ц}} = \frac{1}{T_{\text{ц}}} = \frac{q B}{m 2\pi}$$

Йонният сноп е от масов сепаратор с точно определена кинетична енергия и фиксирано отношение q/m и прави в радиочестотния спектрометър две пълни обиколки с радиус 1 m в магнитно поле B от 0,15 до 0,8 T



$v \rightarrow v + \Delta v$ - радиусът на орбитата се изменя и разликата в скоростите на два йона се превръща в разлика в техните радиуси

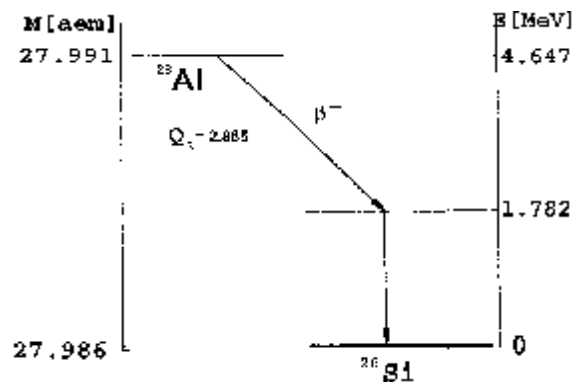
$v + \Delta v \rightarrow v + \Delta v + \Delta v'$ - йоните излизат ако $\Delta v + \Delta v' = 0$

Методът се прилага за двойки йони с еднакво отношение q/m , например йоните $^{16}\text{O}^+$ и $^{32}\text{S}^{++}$, и се определя масовата разлика $Dm = m(^{16}\text{O}^+) - m(^{32}\text{S}^{++})$

Баланс на ядрено разпадане

Изследването на ядрени реакции и по-специално определянето енергията на реакцията Q позволяват да се сравняват масите на различни ядра, включително и на ядра-продукти от радиоактивно разпадане, тъй като то представлява частен случай на ядрена реакция. Така могат да се определят неизвестни маси на радиоактивни ядра

пример - баланс по енергия при β^- -разпадането на ^{35}P



$$Q_\beta = 2,865 \text{ MeV}, E_\gamma = 1,782 \text{ MeV} \quad Q_\beta + E_\gamma = 2,865 + 1,782 = 4,647 \text{ MeV} = 0,00497 \text{ amu}$$

$$1 \text{ MeV} = 1,07 \times 10^{-3} \text{ amu}$$

$$M(^{28}\text{Si}) = 27,986 \text{ amu}$$

$$M(^{28}\text{Al}) = 27,991 \text{ amu}$$

3. Капков модел на ядрото - формула на Вайцзекер за масата

Капковият модел на ядрото (1935 г.) използва сходството в свойствата на капка течност и ядрената материя

- * несвиваемост
- * постоянна плътност
- * енергия на отделяне на нуклеон, аналогична с топлина на изпарение и пр.
- + емпирично внасяне на ядрени свойства

Бете и Вайцзекер извеждат израз за енергията на свързване

Формулата на Вайцзекер, написана за масата и за енергията на свързване съответно, има следния вид:

$$M(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - \alpha_1 A + \alpha_2 A^{2/3} + \alpha_3 Z^2 / A^{2/3} + \alpha_4 (N - Z)^2 / A - \delta(Z, N) / c^2$$

$$B = a_{\text{об}} A - a_{\text{пов}} A^{2/3} - a_{\text{кул}} Z^2 / A^{1/3} - a_{\text{сим}} (N - Z)^2 / A + \delta(Z, N)$$

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5)$$

(1) *Обемна енергия* – резултат от силите на ядреното взаимодействие в среда, простираща се до безкрайност и съответства на средна енергия на свързване на нуклеон, породена от силното взаимодействие

(2) *Повърхностна енергия* – енергията на свързване намалява от по-слабото привличане на разположените на повърхността нуклеони - аналогия с повърхностното напрежение при течностите (то предизвиква сферичната форма на капката течност) - Този член е пропорционален на $A^{2/3}$
Енергията на повърхностното напрежение на капка течност е

$$E = 4\pi R^2 \sigma$$

По аналогия се приема за повърхностната енергия

$$E_{\text{пов}} = 4\pi\sigma R^2 = 4\pi\sigma r_0^2 A^{2/3}$$

($\sigma \sim 10^{-5} \text{ J/cm}^2$ за водата, а за ядрената материя – 10^{14} J/cm^2)

$$a_{\text{пов}} = 4\pi\sigma r_0^2 = \alpha_2 c^2 \quad \alpha_2 = 4\pi r_0^2 \sigma / c^2$$

(3) *Кулонова енергия* – отчита електростатичното отблъскване на протоните, което намалява общата енергия на свързване
хомогенно заредена сфера (заряд Q и радиус R) има електростатична енергия

$$E_{\text{кул}} = \frac{3}{5} \frac{e^2 Z^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{3}{5} \frac{e^2 Z^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 A^{1/3}} = a_{\text{кул}} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

$$\alpha_3 = a_{\text{кул}} / c^2$$

(4) *Енергия на симетрия* – няма класически аналог - квантов произход.
нуклеоните в ядрото заемат определени енергетични нива (според слоестия модел). Леките ядра имат еднакъв брой протони и неутрони. Тежките ядра имат излишък на неутрони, за да може добавените ядрени сили да компенсират електричното отблъскване между протоните (вече отчетено с кулоновата енергия).
Но енергията е квантувана, а нуклеоните се подчиняват на принципа на Паули - най-напред се запълват най-ниско разположените нива, а неутроните "в излишък", ще заемат по-слабо свързани нива и пълната енергия на свързване ще се намали.

$$\text{Емпирично се приема} \quad B \sim (N - Z)^2 / A$$

Величината $\xi = (N - Z) / A$ е мярка за отклонение от линията на стабилните ядра и развиваме величината $\epsilon = B/A = \epsilon(\xi)$ в ред около точката 0 (т.е. $N=Z$)

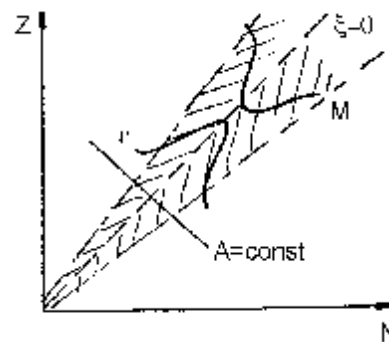
$$\varepsilon(\xi) = \varepsilon(0) + \varepsilon'(0)\xi + (1/2)\varepsilon''(0)\xi^2 + \dots$$

функцията има максимум при $\xi = 0$ то $\varepsilon'(0) = 0$

$$\varepsilon_{\max} \approx \varepsilon(0) + \frac{1}{2}\varepsilon''(0)\xi^2 + \dots = \varepsilon(0) + \frac{1}{2}\varepsilon''(0)\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2$$

и $B_{\max} = \text{const. } A\varepsilon_{\max} = a_{\text{сим}}(N-Z)^2/A$

$$a_4 = a_{\text{сим}}/c^2$$

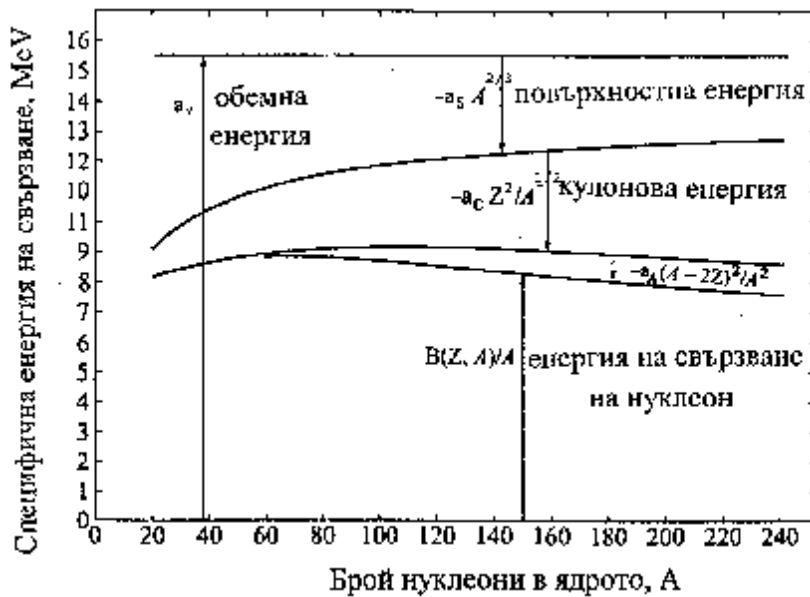


(5) *Енергия на сдвояването* - ядрените сили зависят от спина, а нуклеоните от един и същи вид се групират по двойки с противоположно насочени моменти (*четно-четните ядра са по-силно свързани* и имат по-малки маси от ядрата с нечетно A). Стабилните четно-четни ядра са 163, нечетно-нечетните – само 4, при това само леки (${}^2_1\text{H}_1$, ${}^6_3\text{Li}_3$, ${}^{10}_5\text{B}_5$ и ${}^{14}_7\text{N}_7$), при A нечетно имаме почти равен брой ядра с четно Z и нечетно N (54 ядра), и нечетно Z и четно N (49 ядра). Въвежда се емпиричен член δ със стойности

$$\delta = \begin{cases} +\Delta(A) \\ 0 \\ -\Delta(A) \end{cases} \quad \Delta(A) = 12A^{-1/2} \text{ (MeV)}$$

Емпирични стойности на параметрите във формулата на Вайцзекер:

$$\begin{aligned} a_{\text{об}} &= 16 \text{ MeV} \\ a_{\text{пов}} &= 17 \text{ MeV} \\ a_{\text{кул}} &= 0,69 \text{ MeV} \\ a_{\text{сим}} &= 25 \text{ MeV} \end{aligned}$$



Формулата на Вайцекер дава общия ход на специфичната енергия на свързване в зависимост от A . Но в области, където се проявяват неотчетени в тази формула квантови ефекти и слоеста структура има значителни различия с експерименталните стойности. Това е областта на най-леките ядра и ядрата в близост до запълнени слоеве.

3. Масова парабола за изобарни ядра

От полуемпиричната формула на Вайцекер може да се очаква квадратична зависимост на масата от Z (парабола)

$$M(Z,A) = Z(m_p - m_n) + A(m_n - a_{об}/c^2) + (a_{пов}/c^2)A^{2/3} + (a_{кул}/c^2)Z^2/A^{1/3} + (a_{сим}/c^2)(A - 2Z)^2/A - d(A,Z)/c^2$$

или

$$M(Z,A) = \alpha A + \beta Z + \gamma Z^2 \pm \Delta/c^2 \quad (\text{или } 0)$$

$$\alpha = m_n - (a_{об} - a_{сим} - a_{пов}/A^{1/3})/c^2$$

$$\beta = -4a_{сим}/c^2 + m_p - m_n$$

$$\gamma = \left[(4a_{сим}A^{-1}) + a_{кул}A^{-1/3} \right] / c^2$$

Колко е Z на ядрата от пътеката на стабилните ядра? Условието за минимална маса при $A = \text{const}$ е

$$\left(\frac{\partial M}{\partial Z} \right)_{A=\text{const}} = 0$$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial Z}\right)_A = \beta + 2\gamma Z = (m_p - m_n) + \frac{a_{\text{кул}}}{c^2} \frac{2Z}{A^{1/3}} - \frac{a_{\text{сим}}}{c^2} \frac{4}{A} (A - 2Z) = 0$$

$$Z = \frac{2a_{\text{сим}} + \frac{m_p - m_n}{2} c^2}{\frac{4a_{\text{сим}}}{A} + \frac{a_{\text{кул}}}{A^{1/3}}} \cong \frac{A}{2 + \frac{a_{\text{кул}}}{2a_{\text{сим}}} A^{2/3}}$$

с отчитане на пренебрегнатия член $(m_p - m_n)c^2/2$

$$Z_A = \frac{A}{1,98 + 0,015A^{2/3}}$$

за леки ядра (малко A)

$$Z = A/2,$$

- стабилни са ядрата с равен брой протони и неутрони.

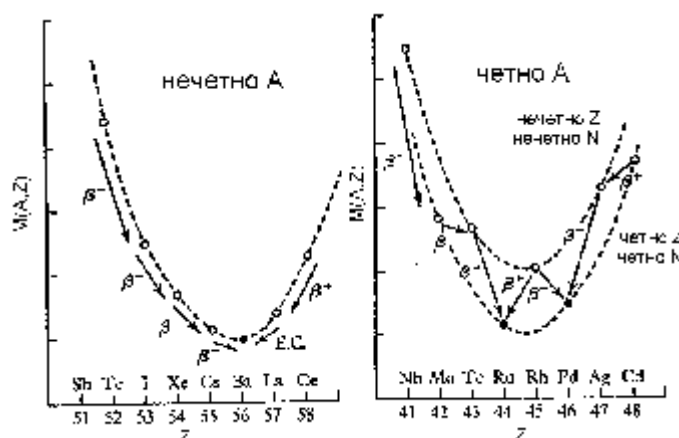
Членът $\delta/c^2 = \pm \Delta/c^2$ (или 0) показва, че в зависимост от това дали A е четно или нечетно ще има една или две параболи:

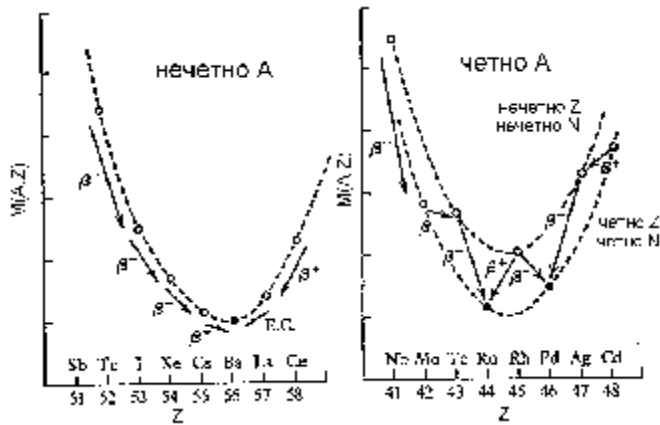
при A четно – две масови повърхности

при A нечетно масовата – повърхност е една

A – нечетно: $\delta = 0$

Ядрата в дясната част на параболата се разпада чрез β^+ или/и електронно захващане (EC), а ядрата от лявата страна на параболата, се разпадат чрез β^- . Ще има само *едно стабилно ядро*, ядрото с минимална маса (или максимална енергия на свързване) и в случая това е ядрото ${}_{56}^{135}\text{Ba}_{79}$





Случай на A – четно: $\delta \neq 0$. Две масови повърхности, които се получават при прибавяне или изваждане на Δ/c^2 в израза за масата. Ядрата с четно Z (и четно N) лежат на долната парабола – те са по-стабилни, защото масата им е по-малка с Δ/c^2 .

Изобарните ядра с нечетно Z (и нечетно N) лежат върху горната парабола. Тези изобари ще са нестабилни, защото съседните им ядра ще лежат върху по-ниско разположената парабола. Единствените 4 изключения са леките стабилни нечетно-нечетни ядра ${}^2_1\text{H}_1$, ${}^6_3\text{Li}_3$, ${}^{10}_5\text{B}_5$ и ${}^{14}_7\text{N}_7$.

Две параболы за изобарните ядра с $A = 102$. Нечетно-нечетното ядро ${}^{102}_{45}\text{Rh}_{57}$ може да се разпадне чрез трите вида β -разпадане: β^+ , EC и β^- (стига да се удовлетворява енергетичното условие за β^+ -разпадането). В случая на четно-четните изобари се вижда, че двете ядра (A, Z) и $(A, Z+2)$ могат да се намират близо до минимума на параболата и тогава те представляват двойка стабилни изобари – в случая на $A=102$ това са ядрата ${}^{102}_{44}\text{Ru}_{58}$ и ${}^{102}_{46}\text{Pd}_{56}$.