

БЕТА-РАЗПАДАНЕ

Три вида бета-разпадане

- * излъчване на електрони от ядрата - първо откритие, свързано с радиоактивността.
- * излъчване на позитрони - през 1934 г. от Жолио-Кюри - след откриването на позитрона в състава на космичното лъчение
- * захващане на орбитален електрон от ядрото - през 1935 г. от Алварес по съпровождащото го рентгеново лъчение

- 1) β -разпадането се среща при всички ядра – от $A = 1$ до $A = 250$
- 2) енергиите на β -частиците могат да бъдат от 2 keV (${}^{187}_{75}\text{Re}$) до 14 MeV (${}^8_5\text{B}$),
- 3) а времената на живот са големи – от 10^{-2} s (${}^8_5\text{B}$) до $4 \cdot 10^{10}$ y (${}^{187}_{75}\text{Re}$).

Електрони в ядрата не съществуват, за електроните не съществува и потенциална бариера при излизането им от ядрото, даже и за позитроните. Кулоновото взаимодействие на β -частицата с ядрото влияе само върху формата на нискоенергетичната част на β -спектъра.

Възникването на електрон – „негатрон“ или „позитрон“ – в ядрото става при превръщането на един неутрон в протон или обратно
причина - *слабото ядрено взаимодействие* – на разстояние 10^{-18} m два нуклеона обменят частици, наречени *промеждутъчни бозони* – посредници на взаимодействието – Глешоу, Вайнберг и Салам (теория на електрослабото взаимодействие) експериментално са открити през 1983 г. в ЦЕРН.

маси на покой: $W^{\pm} - 80,2$ GeV, а $Z_0 - 92,5$ GeV

Загадки при β -разпадането

1) закон за запазване на енергията

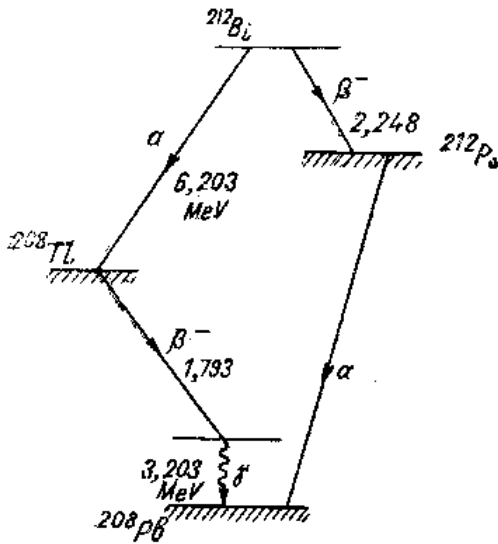
- за β^- - $Q_{\beta^-} = [M_{\text{aT}}(A, Z) - M_{\text{aT}}(A, Z + 1)]c^2$ трябва да е T_{e^-}
- за β^+ - $Q_{\beta^+} = [M_{\text{aT}}(A, Z) - M_{\text{aT}}(A, Z - 1) - 2m_0]c^2$ трябва да е T_{e^+}
- за електронното захващане - къде отива енергията на разпадането
$$Q_{\text{EC}} = [M_{\text{aT}}(A, Z) - M_{\text{aT}}(A, Z - 1)]c^2.$$

Първа загадка – непрекъснат спектър на β^- -частиците.

измервания в масивен калориметър, съдържащ силен β -източник показват, че отдадената енергия съответства на средната енергия на разпределението, а не на максималната

изследване на два различни канали на разпадане

Двата канала за разпадане на ядрото ^{212}Bi до ядрото ^{208}Pb .



По левия канал е $Q_\alpha + Q_{\beta^-} + E_\gamma = 6,203 + 1,793 + 3,203 = 11,199$.

По десния канал е $Q_\alpha + Q_{\beta^-} = 2,248 + 8,948 = 11,196$.

Енергиите са равни в границите на грешката

Втората загадка запазване на спина (ъгловия момент).

* $(n \rightarrow p + e^-)$ – и трите частици са със спин $(1/2)\hbar$ – сумарният спин е 0 или 1

* разпадането на ^{14}C – “азотна катастрофа”

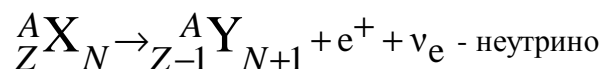
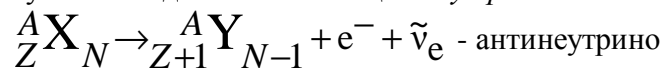


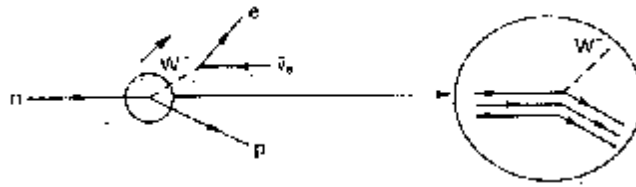
Трета загадка – електронното захващане: къде отива освободената при разпада енергия?

закон за запазване на импулса. Фотография на разпадането на ^6He в мъглинна камера – посоката на откатното ядро не е съвсем колинеарна на посоката на излъчената β^- частица. Това подсказва, че едновременно се излъчват две частици.

излъчване на втора частица заедно с електрона – свойства: спин $(1/2)\hbar$, неутрална и с нищожно взаимодействие с веществото

през 1931 г. Паули въвежда такава частица – *неутрино*.





Теория на Ферми за β -разпадането

изчисляване на вероятността за преход
различия с алфа-разпада:

* електронът и неутриното не съществуват преди самото разпадане

* двете частици се движат със скорости близки до c

вероятността за преход трябва да бъде наблюдаваното непрекъснато разпределение по импулси (или енергия)

Потенциалът на слабото взаимодействие не е известен. Предполага се, че слабото взаимодействие е много по-слабо от силното (времената на живот)

Потенциалът на слабото взаимодействие се разглежда като смущение (теория на пертурбациите) и вероятността за преход се изчислява чрез т.нар. *златно правило на Ферми*:

$$\lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f).$$

λ_{fi} - константа на разпадане

матричният елемент V_{fi} е интегралът от взаимодействието V между началното и крайното квазистационарно състояние на системата. Както е известно от квантовата механика, той дава вероятността за преход

$$V_{fi} = \int \psi_f^* V \psi_i d\mathbf{r}$$

$\rho(E_f) = dn/dE_f$ е плътността на крайните състояния (dn е броят на крайните състояния в интервала енергии dE_f)

за потенциала V - избира се оператор \hat{O}_X според трансформационни свойства (доказва се от простр. разпределение на продуктите от разпада)

($X = V, A, S, P, T$): V – векторен; A – аксиално-векторен; S – скаларен; P – псевдо-скаларен; T – тензорен. (V - A)-взаимодействие.

Определяне плътността на крайните състояния

* импулси на електрона и на неутриното - \vec{p} и \vec{q} .

* електронът е затворен в кутия с обем τ

* броят на възможните състояния на електрони с импулс от

\vec{p} до $\vec{p} + d\vec{p}$ се дава с частното на фазовия обем на тези състояния ($\tau \times$ обема на сферичен слой с дебелина dp в импулсното пространство), разделен на елементарния фазов обем за едно състояние h^3 (h е константата на Планк)

$$dn_e = \frac{4\pi p^2 dp \tau}{h^3}$$

* броят на възможните състояния на неутрино с импулси от

\vec{q} до $\vec{q} + d\vec{q}$

$$dn_\nu = \frac{4\pi q^2 dq \tau}{h^3},$$

* броят на крайните състояния, в които електроните и неутрината имат импулси в посочените граници и са затворени в обем τ е

$$d^2n = dn_e dn_\nu = \frac{(4\pi)^2 (q^2 dq) (p^2 dp) \tau^2}{h^6}.$$

* плътността на крайните състояния е

$$\rho(E_f) = \frac{d^2n}{dE_f} = \frac{(4\pi)^2 q^2 (p^2 dp) \tau^2}{h^6} \cdot \frac{dq}{dE_f}$$

* матричен елемент на взаимодействието V_{fi} - включва вълновата функция на ядрото ψ_i (начална вълнова функция) и произведение от вълновите функции на електрона, неутрино и ядрото в крайно състояние (крайна вълнова функция на системата)

Потенциал на слабото взаимодействие

$$V = g \hat{O}_X - g - \text{константа на слабото взаимодействие}$$

матричният елемент на взаимодействието

$$V_{fi} = g \int \psi_f^* j_e^* j_\nu^* \hat{O}_X \psi_i d\vec{r}$$

плоски вълни, нормирани в обема τ

$$j_e(r) = \frac{1}{\sqrt{\tau}} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r})\right) \quad j_\nu(r) = \frac{1}{\sqrt{\tau}} \exp\left(\frac{i}{\hbar}(\vec{q} \cdot \vec{r})\right)$$

* в развитието на експонентите в ред по степените на $(\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{\hbar})$ да вземем само първия член

$$j_e(r) = \frac{1}{\sqrt{\tau}} \left[1 + \frac{i}{\hbar} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) + \left(\frac{i}{\hbar} \right)^2 (\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})^2 + \dots \right] \cong \frac{1}{\sqrt{\tau}}$$

и

$$j_\nu(r) = \frac{1}{\sqrt{\tau}} \left[1 + \frac{i}{\hbar} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) + \left(\frac{i}{\hbar} \right)^2 (\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})^2 + \dots \right] \cong \frac{1}{\sqrt{\tau}}$$

Основание - електрон с енергия 1 MeV има импулс 1,4 MeV/c

$$\frac{p}{\hbar} = \frac{pc}{\hbar c} = \frac{1,4 \text{ MeV}}{197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}} \sim 7 \cdot 10^{-3} \text{ fm}^{-1}$$

Това е приближение на „разрешени преходи“

$$V_{fi} = \frac{g}{\tau} \int \psi_f^* \hat{O}_X \psi_i d\mathbf{r} = \frac{g}{\tau} |M_{fi}|,$$

$$|M_{fi}| = \int \psi_f^* V \psi_i d\mathbf{r} \text{ - ядрен матричен елемент}$$

* само плътността на състоянията зависи от енергията на електрона или неутриното

* вероятността за разпадане (електронът и неутриното да имат импулс в рамките на сферичния слой в импулсното пространство с дебелина dp и dq съответно) е

$$d\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{g^2 |M_{fi}|^2 (4\pi)^2}{h^6} q^2 p^2 dp \frac{dq}{dE_f}$$

* крайната енергия $E_f = E_e + E_\nu = E_e + qc \rightarrow dq/dE_f = 1/c$ (при фиксирано E_e)

$$d\lambda = N(p) dp = C p^2 q^2 dp \quad C = \frac{1}{2\pi^3 c \hbar^7} g^2 |M_{fi}|^2$$

(матричният елемент не зависи от импулса на електрона за разрешените преходи)

$$q = \frac{Q - T_e}{c} = \frac{Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} + m_0 c^2}{c}$$

* форма на импулсия спектър на електроните

$$N(p)dp = \frac{C}{c^2} p^2 (Q - T_e)^2 dp = \frac{C}{c^2} p^2 \left[Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} + m_0 c^2 \right]^2 dp$$

влияние на ядрения матричен елемент върху формата на спектъра.

за разрешени преходи той се приема за константа (близка до 1) - началното и крайното състояние на ядрото са почти еднакви

за забранените преходи ядреният матричен елемент може да ~ 0

за да не стане нулева също и вероятността за преход

в развитието на експонентите в ред (вълновите функции) се взема следващия член -

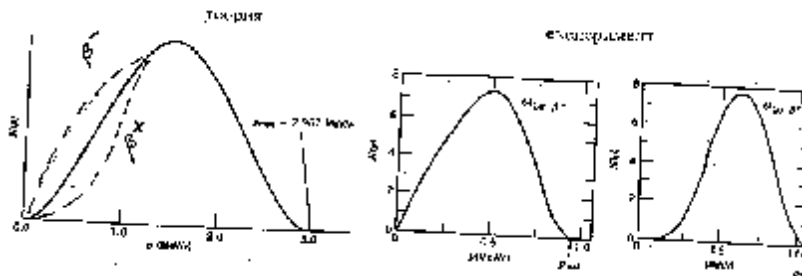
вероятността за преход е значително по-малка, отколкото за разрешените преходи, но не е нула.

порядъкът на „забрана“ се определя от това докъде достига реда на плоската вълна, за да не стане равен на нула матричния елемент:

забранени преходи от първи порядък - втори ненулев член

забранени преходи от втори порядък - квадратичен (третия) член и т.н.

(матричният елемент на прехода M_{fi} се определя от припокриването на вълновите функции в началното и в крайното състояние – ако те са еднакви и се припокриват M_{fi} е близко до 1, ако се различават силно и нямат припокриване $M_{fi} \rightarrow 0$).



Изчисленото импулсно разпределение на β -частиците и измерените импулсни разпределения при β^- и β^+ разпадането на ^{64}Cu .

при по-ниски импулси има систематични отклонения от изчисленото разпределение – причина е в кулоновото взаимодействие между β -частицата и дъщерното ядро. За позитроните то е отблъскване, частиците се ускоряват от ядрото и затова остават по-малко позитрони с ниски енергии. Електроните пък се забавят, което увеличава броя на нискоенергетичните електрони. Ферми въвежда функцията $F(Z', p)$ за да отчете въздействието на кулоновото поле на ядрото върху вълновата функция на β -частицата - *функция на Ферми* (Z' е зарядът на дъщерното ядро)

Формата на разпределението се определя само от множителя $p^2(Q - T_e)^2$, който идва от

разпределението на крайните състояния – това е *статистически множител*.

$$N(p)dp = C' p^2 (Q - T_e)^2 F(Z', p) |M_{fi}|^2 dp \quad C' = \frac{g^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7}$$

Пълната вероятност за разпадане е

$$\lambda = \int_0^{p_{\max}} N(p) dp = C' |M_{fi}|^2 \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (Q - T_e)^2 dp = C' |M_{fi}|^2 \frac{m_0^5}{c^4} f(Z', T_e^{\max})$$

функцията $f(Z', p^{\max})$ е *интеграл на Ферми*

$$f(Z', T_e^{\max}) = \text{const} \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (Q - T_e)^2 dp$$

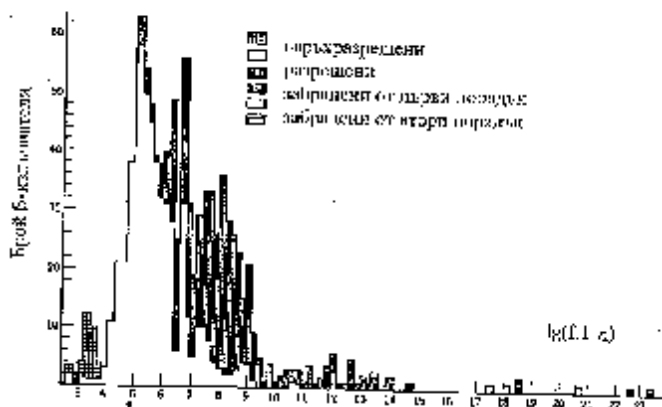
за леки ядра и високи енергии на разпадането

$$f(Z', T_e^{\max}) = \text{const} \left(\frac{T_e^{\max}}{m_0 c^2} \right)^5$$

Сравнителен период на полуразпадане

$$fT_{1/2} = f(Z', T_e^{\max}) \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\text{const}}{|M_{fi}|^2}$$

от измерване на $fT_{1/2}$ може да се определи матричният елемент на прехода



експериментални стойности на $fT_{1/2}$ за голям брой β -радиоактивни ядра. Тогава границите на $\lg(fT_{1/2})$ са от 3 до 23

преходите с $\lg(fT_{1/2})$ от 3 до 5 се наричат *разрешени* ($\lg(fT_{1/2}) = 3$ – *свръхразрешени*)

преходите между основни състояния $0^+ \rightarrow 0^+$ са свръхразрешени, както и преходите между огледални ядра.

Забранените преходи от първи порядък - 3-4 порядъка по-големи стойности на $\lg(fT_{1/2})$. всеки следващ по порядък на забраната преход има с от 3 до 5 порядъка по-голям $\lg(fT_{1/2})$.

Графика на Кюри

За разрешени преходи разпределението може да запише като

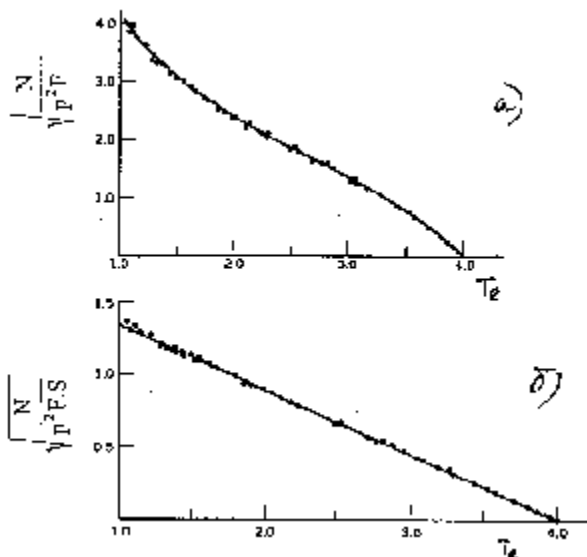
$$Q - T_e \sim \sqrt{\frac{N(p)dp}{p^2 F(Z', p)}}$$

графика на Кюри - по ординатната ос - дясната страна, по абсцисата – енергията T_e – вместо камбановидна по форма функция - права

При „забранени преходи“ обикновената графика на Кюри не дава права линия, но се използва модифицирана функция за получаване на права линия

$$\sqrt{\frac{N(p)dp}{p^2 F(Z', p) S(p, q)}}$$

Множителят $S(p, q)$ - *множител на формата* (функция на импулсите на електрона и неутриното, напр. от вида $p^2 + q^2$)



Подборни правила по спин и четност при β -разпадането
Разрешени преходи

При разрешени преходи заместихме вълновите функции на електрона и антинеутрино с техните стойности при $r = 0$ (създадени са в центъра на ядрото) - те не отнасят ъглов момент

Ако при прехода ядрото променя спина си, електронът и антинеутрино излизат с паралелни спинове (при антипаралелни спинове отнесенят момент е $\dot{\mathbf{I}} = 0$, а при паралелни спинове - $\dot{\mathbf{I}} = 1$).

Преходи с антипаралелни спинове - *преходи на Ферми*

за разрешените преходи $\dot{\mathbf{I}} = 0$ и няма промяна на спина на ядрото $\Delta I = |I_f - I_i| = 0$.

Преходи с паралелни спинове - *преходи на Гамов-Телер*

за разрешените преходи $\dot{\mathbf{I}} = 1$ - спинът на ядрото се променя

Условието за векторите е

$$\dot{\mathbf{I}}_i = \dot{\mathbf{I}}_f + \dot{\mathbf{1}} \quad (\text{единичен вектор})$$

възможно само ако $\Delta I = 0, 1$.

изключение - $I_i = 0$ и $I_f = 0$ - преходът може да е само на Ферми

правила по четност - четностите на началното и на крайното състояние на ядрото трябва да са еднакви, ако електронът и неутрино не отнасят ъглов момент

(четността се определя от орбиталното квантово число $\mathbf{1} \rightarrow \pi = (-1)^{\mathbf{1}}$)

подборни правила за разрешените преходи

$\Delta I = 0, 1$ без промяна на четността

${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}$ и ${}^{14}\text{O} \rightarrow {}^{14}\text{N}$, при които имаме преходи $0^+ \rightarrow 0^+$ чисти преходи на Ферми.

${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li}$ е с промяна на спина на ядрото от 0^+ към 1^+ - преход на Гамов-Телер

Преходите на Ферми се извършват под действието на векторната част на слабото взаимодействие, а преходите на Гамов-Телер – под действие на аксиално-векторната част.

Забранени преходи

подборно правило за забранен от първи порядък преход

$\Delta I = 0, 1$ с промяна на четността за *преходите на Ферми*

и $\Delta I = 0, 1$ и 2 с промяна на четността за *преходите на Гамов-Телер*.

Пример - ${}^{17}\text{N} \rightarrow {}^{17}\text{O}$ ($1/2^- \rightarrow 5/2^+$)

подборно правило за забранените от втори порядък преходи

$$\Delta I = 2,3 \text{ без промяна на четността}$$

Пример - $^{22}\text{Na} \rightarrow ^{22}\text{Ne} (3^+ \rightarrow 0^+)$

забранен от трети и даже четвърти порядък β -преход (когато не е възможен никакъв друг начин за разпадане)

Пример $^{40}\text{K} \rightarrow ^{40}\text{Ca}$ (едно от естествените радиоактивни ядра) - изключително дългият период от около 10^{15} години идва от разликата в спиновете – от 4^- към 0^+ с промяна на четността
(гама-линията 1461 keV се излъчва от дъщерното ядро)