

*Взаимодействия на гама-квантите с веществото.
Фотоефект, Комптъново разсейване, раждане на
двойка електрон-позитрон.*

доц. д-р Калин Гладнишки

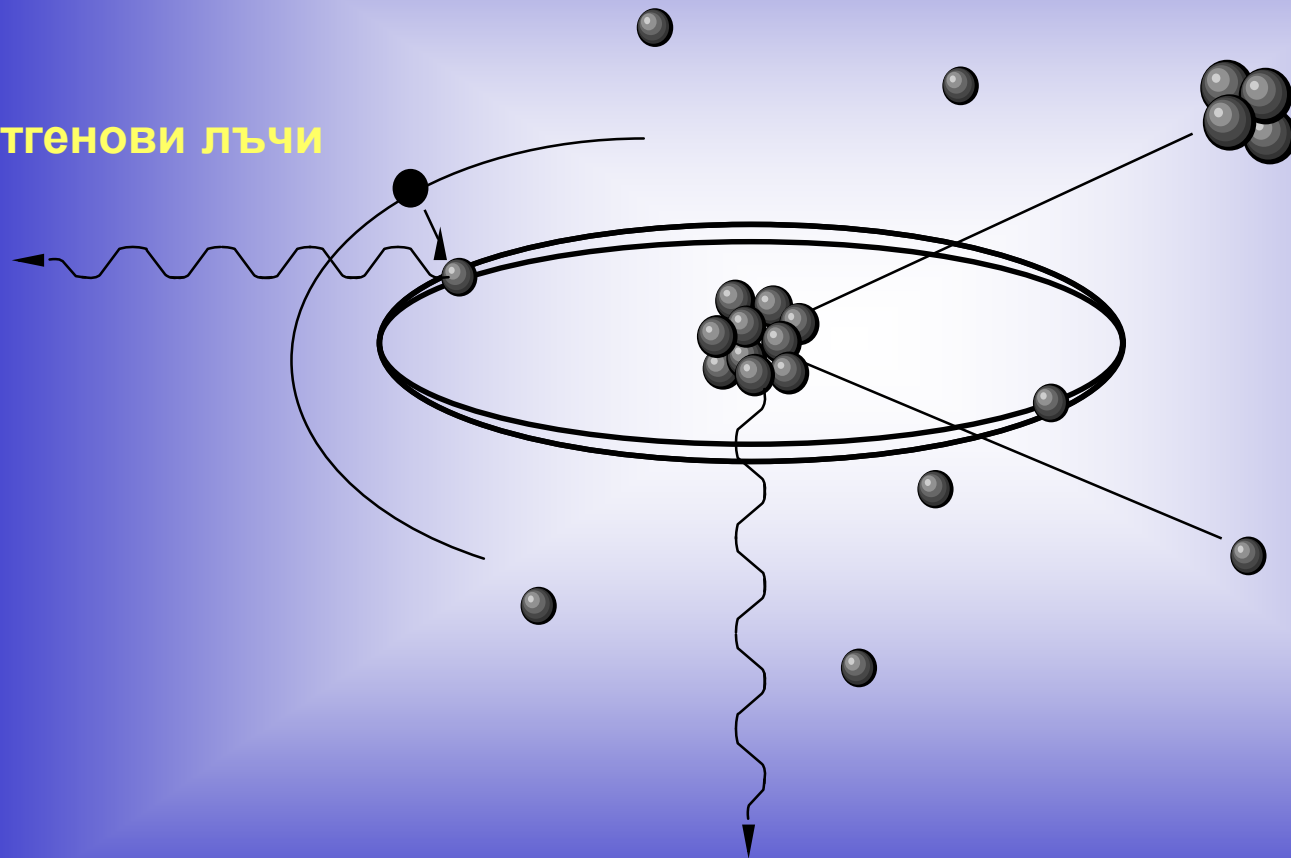


Софийски
Университет

Св. Климент Охридски

Йонизиращи лъчения

Рентгенови лъчи



Алфа частици

Бета частици

Гама кванти

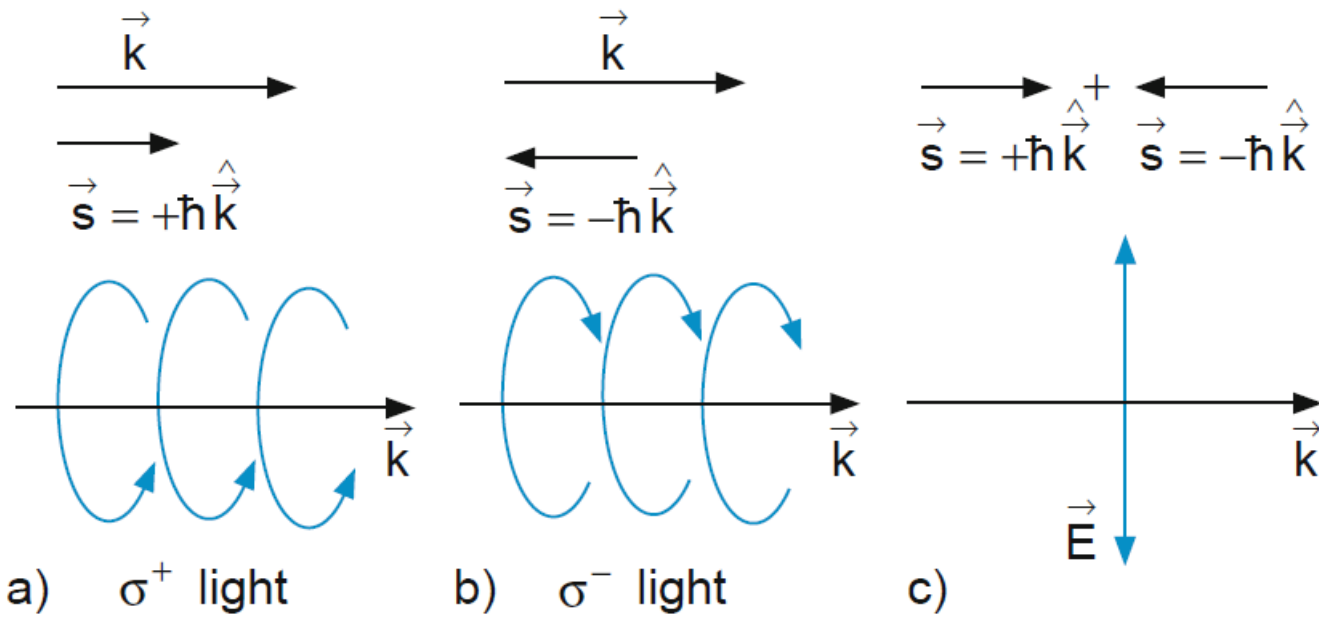


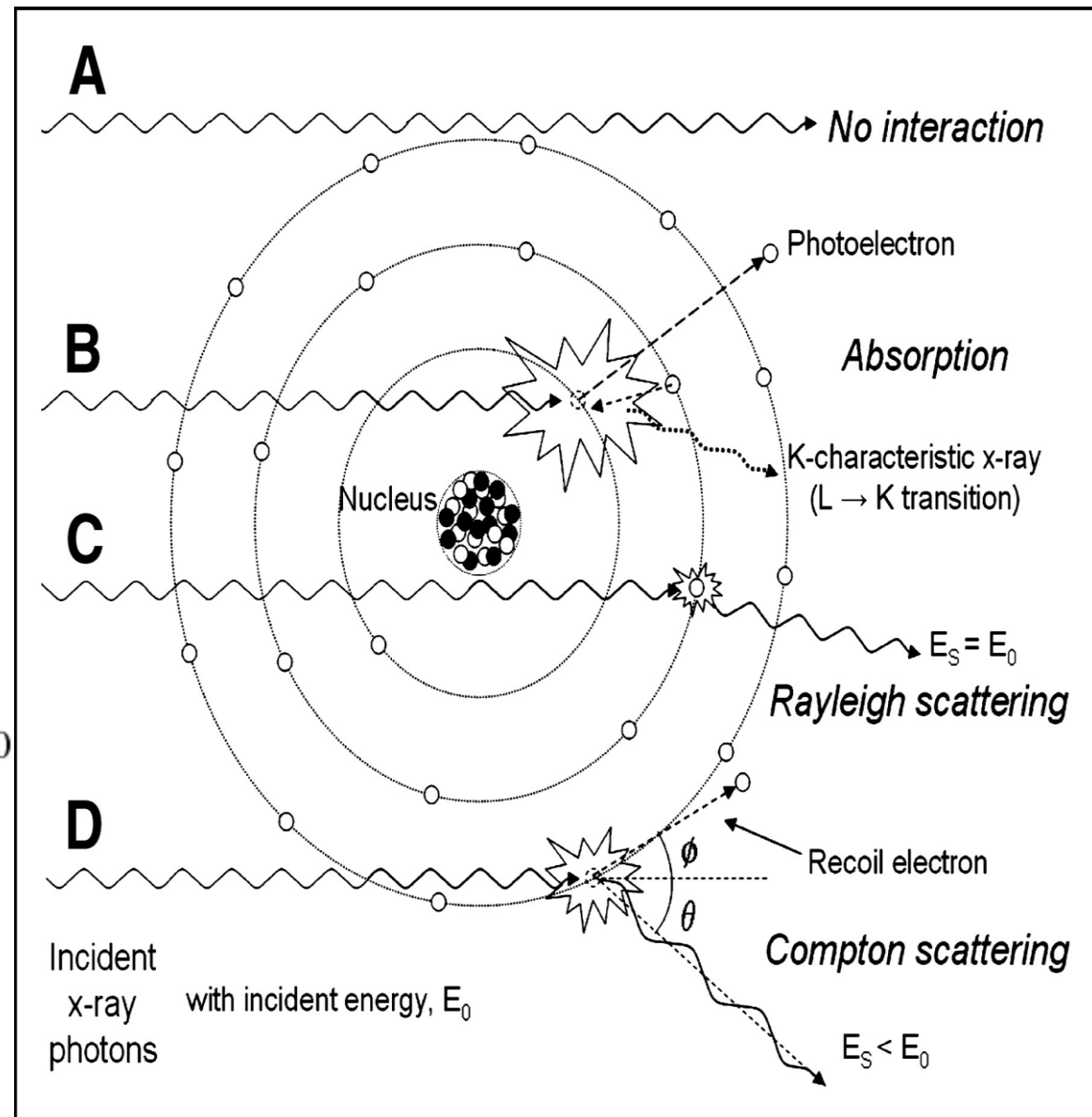
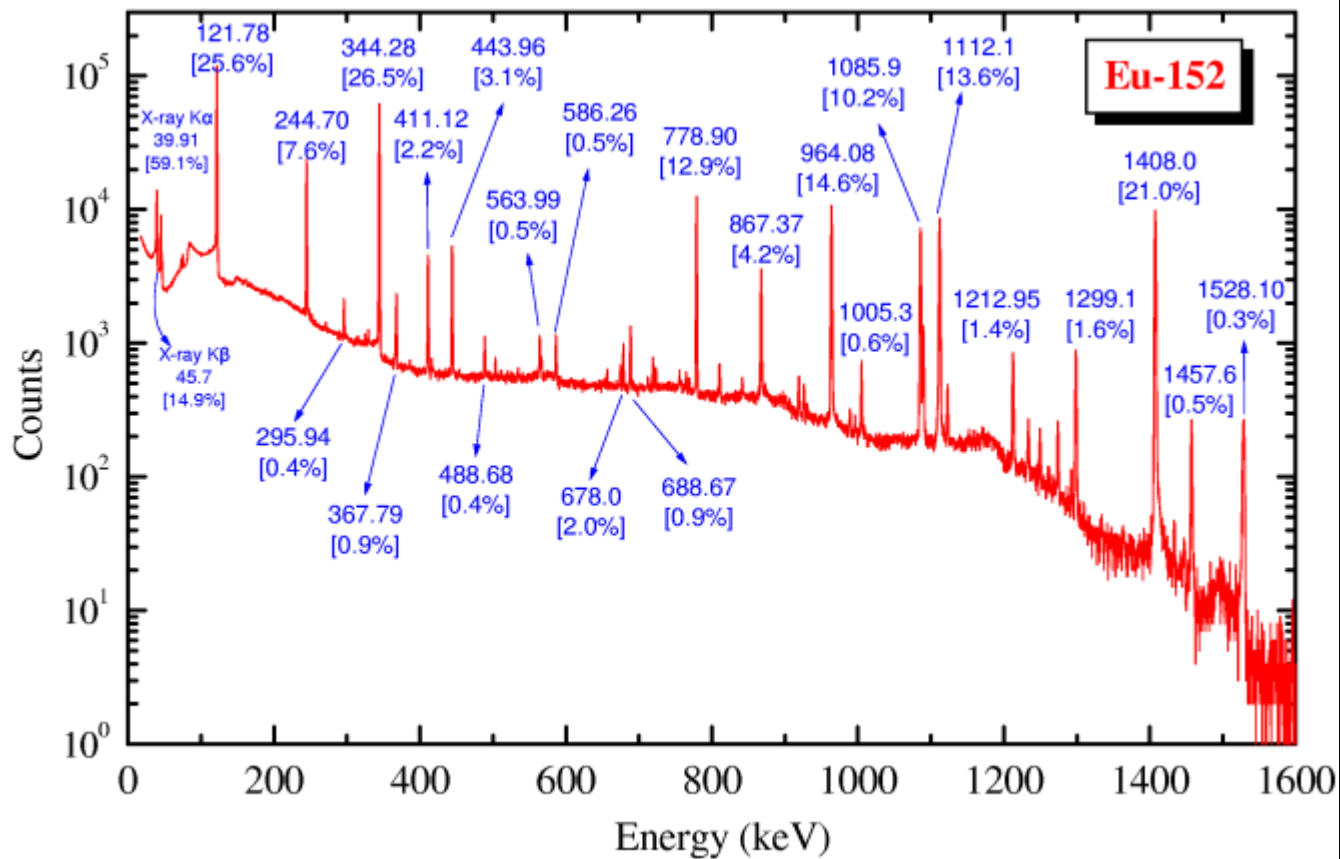
Fig. 3.14. Photon model of polarized radiation. (a) σ^+ = left circular (b) σ^- = right circular (c) π = linear polarization

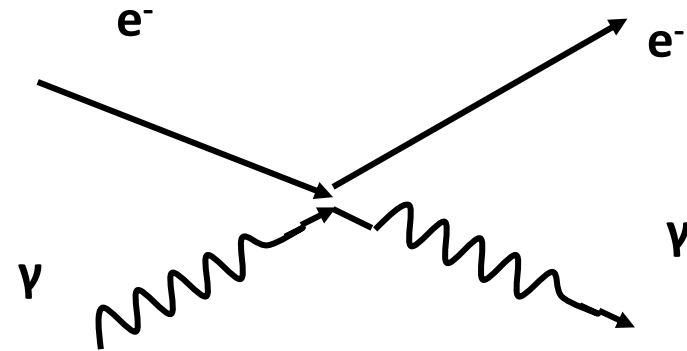
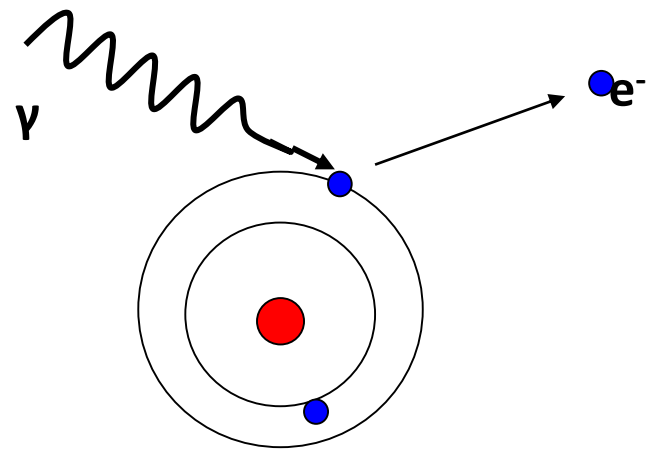
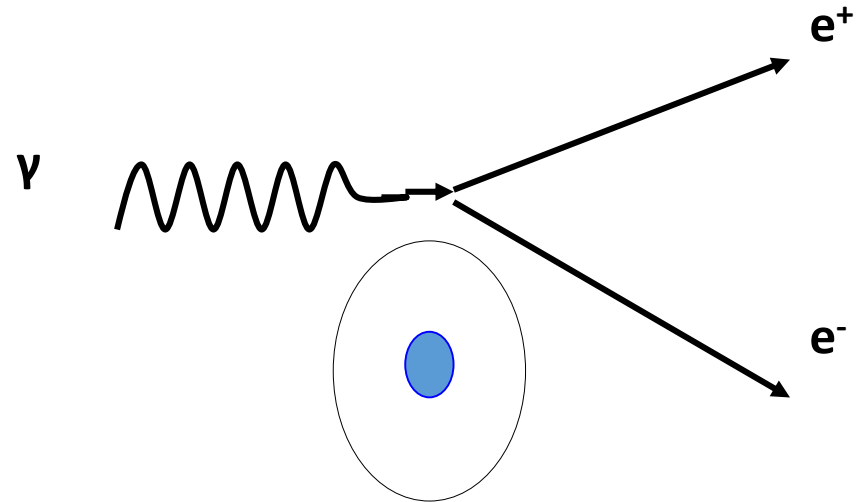
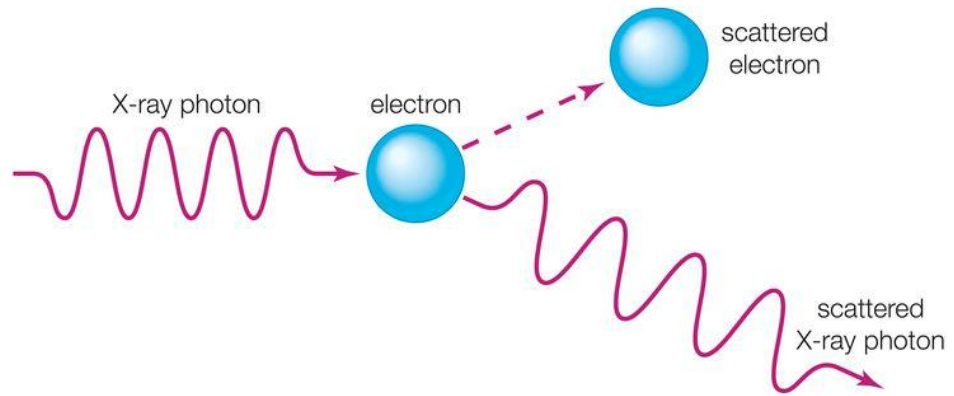
$$S_{\text{photon}} = \pm \hbar \frac{k}{k}$$

Фотоните носят ъглов момент равен на

$$\pm 1\hbar$$

γ-КВАНТИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕТО ИМ С ВЕЩЕСТВОТО





Еластично разсейване

Еластично разсейване от свързани електрони (целият атом) (не се предава енергия
Имаме само смяна на посоката на импулса) – **Rayleigh разсейване**

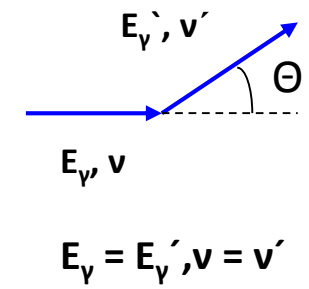
$$\sigma_R = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \frac{v^4}{(v_0^2 - v^2)^2 + (\gamma_0 v)^2} = \sigma_T \frac{v^4}{(v_0^2 - v^2)^2 + (\gamma_0 v)^2}$$

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos^2 \Theta) \cdot F(q, Z)$$

$$v \ll v_0 \Rightarrow \sigma_R = \sigma_T \frac{v^4}{v_0^4}$$

$$v \approx v_0 \Rightarrow \sigma_R = \sigma_T \frac{v_0^2}{\gamma_0^2}$$

$$v \gg v_0 \Rightarrow \sigma_R = \sigma_T$$



$E_\nu = E_\nu', v = v'$
 v - честота на γ
 v_0 – на електрона

F(q,Z) – вероятност за разсейване без предаване на енергия за атом със Z електрона

r_0 – класически радиус на електрона (SI система):

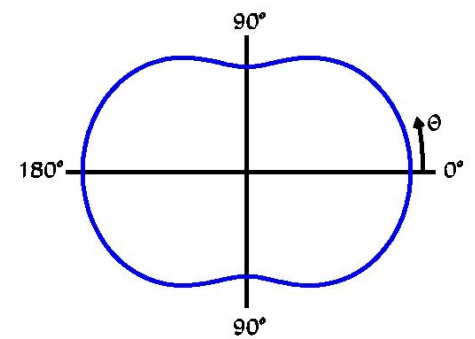
$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m} = \frac{\alpha \cdot \hbar c}{m_e c^2} = 2,82 \text{ fm}$$

$\alpha = 1/137$
 $\hbar c = 197 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$
 $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$

Висока енергия \rightarrow разсейване на малки ъгли

Томсъново разсейване – разсейване от свободни електрони

Полярна графика на сечението без включване на влиянието на F(q,Z), класическа граница на Томпсъново разсейване.



Поляризирани:

$$\frac{d\sigma_{TP}}{d\Omega} = r_0^2 \sin^2 \Theta$$

$$\sigma_{TP} = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = \sigma_T$$

Не поляризирани:

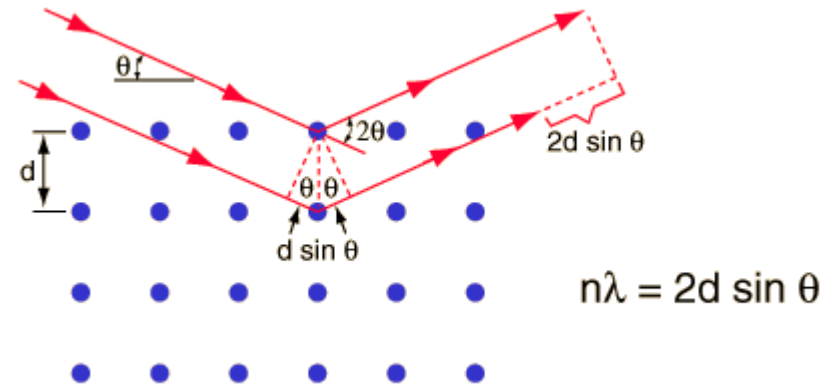
$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 (1 + \cos^2 \Theta)$$

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = 6,65 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2 = 0,665 \text{ barn}$$

Дифракция от кристали

Закон на Браг: $n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin \Theta$

- d – константа на решетката
- λ – радиална вълнова функция
- n – дифракционен порядък



E_γ [keV]	1	10	50	100	500	1000	2000
ν [EHz = 10^{18} Hz]	0,242	2,42	12,1	24,2	121	242	484
λ [nm]	1,24	0,124	0,025	0,0124	0,0025	0,00124	0,00062

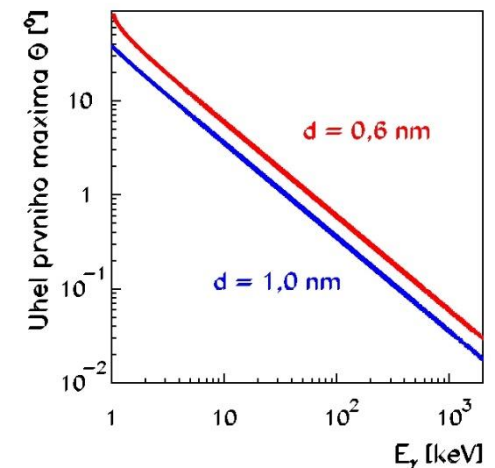
Разстоянията в кристалната решетка са: 0,1 – 1 nm

Зависимост на първия дифракционен максимум от ъгъла и енергията на рентгеновите лъчи и гама-квантите за две решетки с различни константи.

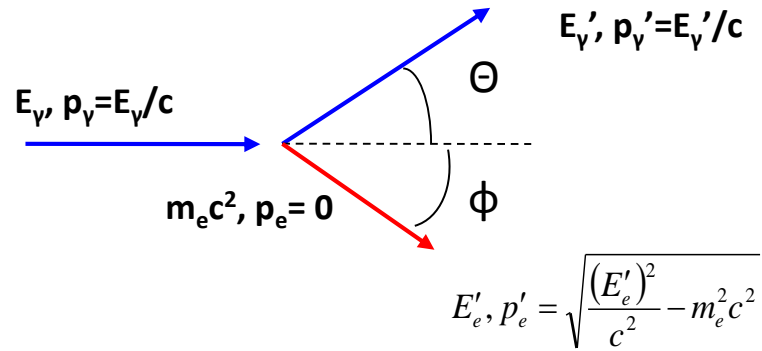
Спектрометри с размер до 10 метра:

$$E_\gamma = 1000 \text{ keV}, d = 0,6 \text{ nm}, r = 10 \text{ m} \rightarrow \Theta = 0,059^\circ, x = 10 \text{ mm}$$

$$E_\gamma = 100 \text{ keV} \rightarrow \Theta = 0,59^\circ, x = 100 \text{ mm}$$

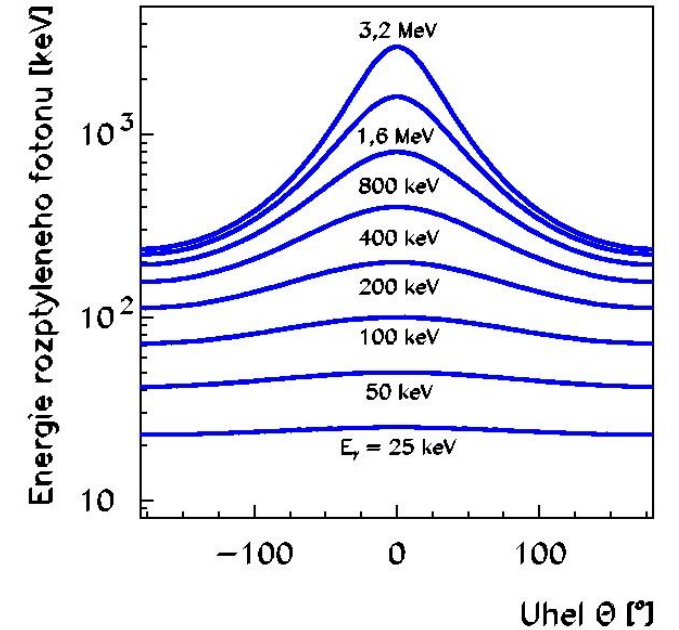


Нееластично (Compton разсейване)



При предположения : 1) разсейване от свободен електрон ($E_\gamma \gg B_e$)
2) електрона е в покой

Вижда се връзката между енергиите и ъглите на разсейване



Енергия на разсеяния фотон:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \zeta(1 - \cos \Theta)}$$

където:

$$\zeta = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$$

$$\Theta = 180^\circ \Rightarrow E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + 2 \cdot \zeta}$$

Връзка между енергията на разсеяния фотон E'_γ и ъгъла на разсейване Θ

Енергия на електрона:

$$E'_e = E_\gamma - E'_\gamma = \frac{E_\gamma \zeta (1 - \cos \Theta)}{1 + \zeta (1 - \cos \Theta)} \quad \Theta = 180^\circ \Rightarrow E'_e = \frac{2 \cdot \zeta \cdot E_\gamma}{1 + 2 \cdot \zeta}$$

Ъгъл на електрона:

$$\cot \varphi = (1 + \zeta) \cdot \tan \frac{\theta}{2}$$

Диференциално сечение (формула на Klein-Nishina) (свободни електрони):

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 Z \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 \left(\frac{E_\gamma}{E'_\gamma} + \frac{E'_\gamma}{E_\gamma} - \sin^2 \Theta \right)$$

Енергия на разсеяния електрон:

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_0^2 Z \left\{ \frac{1}{[1 + \zeta(1 - \cos \Theta)]^2} \left[1 + \cos^2 \Theta + \frac{\zeta^2(1 - \cos \Theta)^2}{[1 + \zeta(1 - \cos \Theta)]} \right] \right\}$$

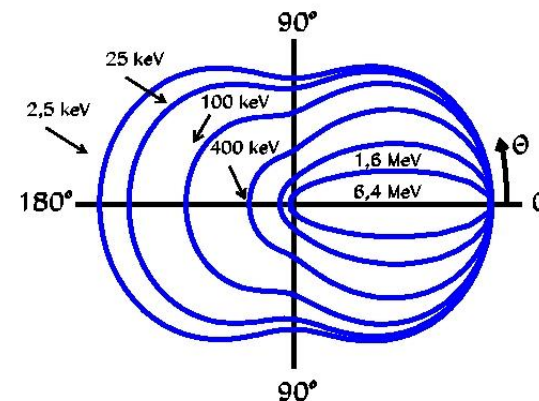
**Влияние на свързването на електрона в атома →
Умножаваме с S(q,Z) – вероятност за предаване
на момент q на електрона по време на процеса**

Пълно сечение (интегрираме):

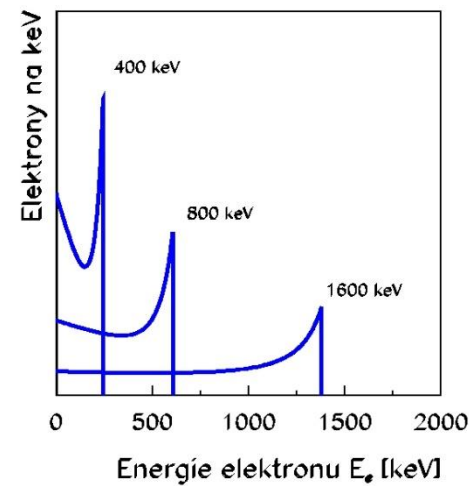
$$\sigma_c = 2\pi \cdot r_0^2 Z \left\{ \frac{1 + \zeta}{\zeta^2} \left[\frac{2(1 + \zeta)}{1 + 2\zeta} - \frac{1}{\zeta} \ln(1 + 2\zeta) \right] + \frac{1}{2\zeta} \ln(1 + 2\zeta) - \frac{1 + 3\zeta}{(1 + 2\zeta)^2} \right\}$$

$$E_\gamma > m_e c^2 \rightarrow \zeta > 1 : \quad \sigma_c \sim \frac{Z}{\zeta} \sim \frac{Z}{E_\gamma}$$

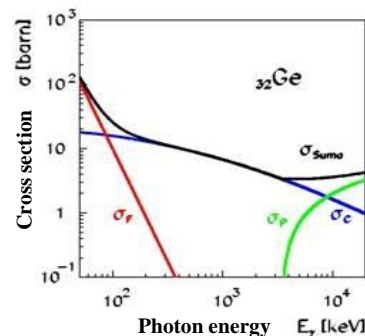
**Разсейване на високо енергетичен
електрон и фотон с малка енергия–
Обратно на Комптъново разсейване**



**Полярна графика на сечението без
включване на S(q,Z). При E → 0 получаваме
графиката за еластично разсейване**



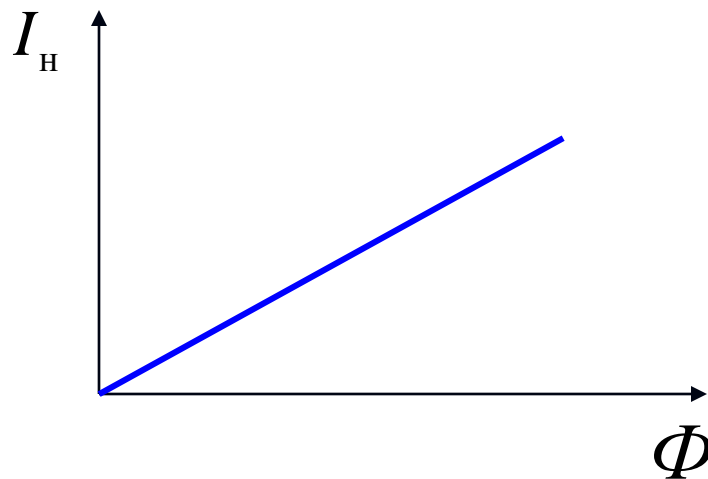
**Разпределение на енергията
предадена на електрона**



Фотоефект

I. Наситеният фототок е пропорционален на светлинния поток.

$$I = \gamma \Phi$$



Светлинна характеристика на катода

$$\gamma \text{ [}\mu\text{A/Lm]}$$

- чувствителност на катода:

спектрална – за дадена λ

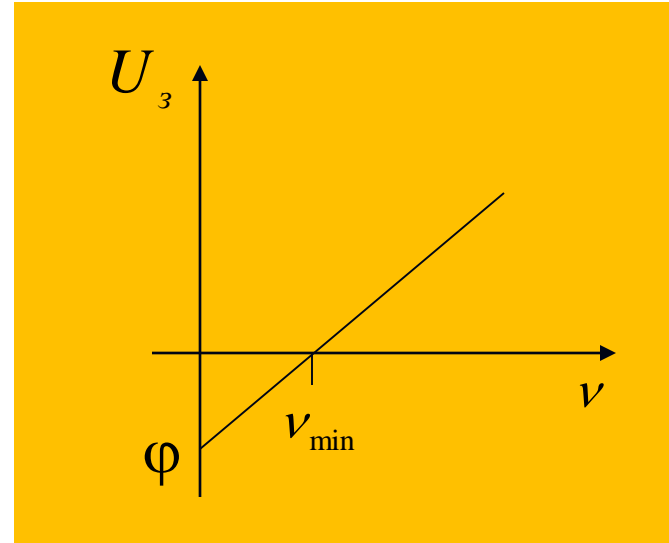
интегрална – за бяла светлина

II Задържащото напрежение е пропорционално на честотата на светлината и не зависи от светлинния поток.

- a - универсална константа
- φ - характеризира катода

$$E_{k,\max} = eU_3$$

$$U_3 = a\nu - \varphi$$



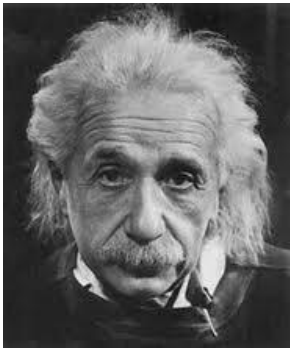
Максималната кинетична енергия на електроните е пропорционална на честотата на светлината и не зависи от светлинния поток.

III Съществува “червена граница” за веществото на катода:

$$\lambda_{\max} ; \nu_{\min}$$

IV Явлението е без инерционно.

за $\nu < \nu_{\min}$ няма фотоефект
 $\lambda > \lambda_{\max}$



А. Айнщайн

Обяснение на фотоефекта

Електромагнитните вълни се излъчват, разпространяват и поглъщат на порции с енергия $h\nu$.

Уравнение на Айнщайн:

$$h\nu = A + \frac{mV_{max}^2}{2}$$

A – отделителна работа; $h\nu$ - енергия на фотона; $\frac{mV_{max}^2}{2}$ - енергия на свободния електрон;

Всеки електрон поглъща мигновено и изцяло точно един фотон.

IV закон: $\tau \sim 10^{-9} s$

I закон: Броят на отделените електрони е пропорционален на светлинния поток (~ броя на фотоните).

$$I = ne = \gamma\Phi$$

II закон:

$$eU_s = eav - e\phi$$

$$\frac{mV_{max}^2}{2} = h\nu - A$$

$$a = \frac{h}{e}$$

универсална константа

$$\phi = \frac{A}{e}$$

- отделителен потенциал на катода

За да има фотоефект, енергията на фотона трябва да е равна най-малко на отделителната работа.

$$\frac{mV_{max}^2}{2} = 0; \quad h\nu \geq A \quad \text{III закон:} \quad \nu \geq \frac{A}{h} = \nu_{min}$$

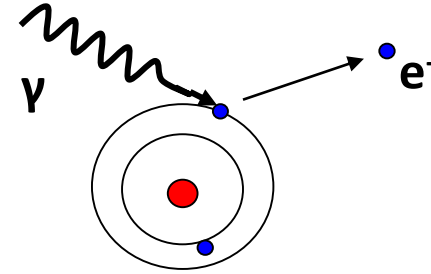
Фотоефект

Само за свързани електрони

Предава се пълната енергия на фотона

Енергия на електрона: $E_e = E_\gamma - B_e$

Трябва да се реши уравнението на Дирак:



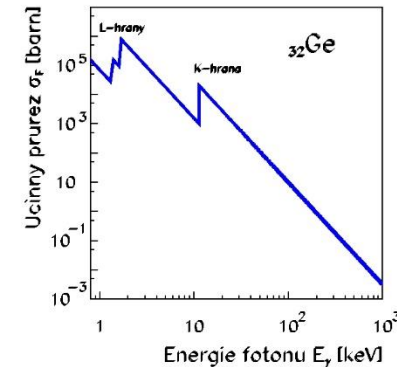
Ако енергията е достатъчна ($E_\gamma > B_{eK}$ енергията на свързване за К-слоя) фотоефекта ще се случва преимуществено с тях

Сечение (за $E_\gamma \ll m_e c^2$):

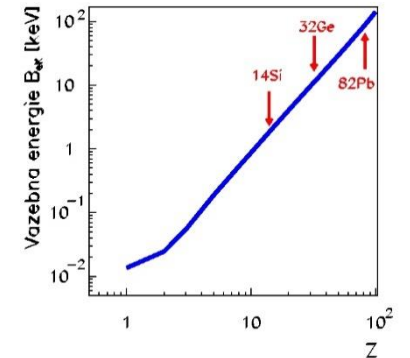
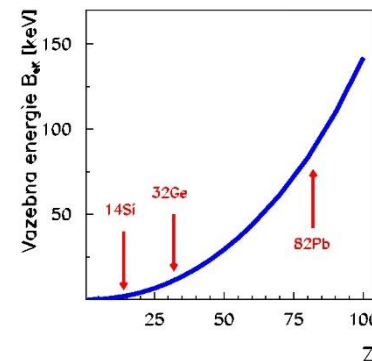
$$\sigma_F = 4 \cdot \alpha^4 \sqrt{2} Z^5 \sigma_T \left(\frac{1}{\zeta} \right)^{7/2}$$

където $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$

Константа на финната структура



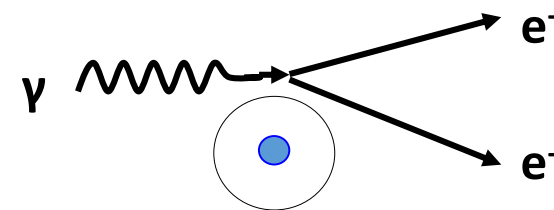
и така $\sigma_F = \sim Z^5 \cdot E_\gamma^{-3,5}$ близо до К-слоя $\sigma_F = \sim Z^{4,5} \cdot E_\gamma^{-3}$



Раждане на електрон-позитронна двойка

Запазване на 33E и 33И →

В полето на ядрото (най-често) $E_\gamma > 2m_e c^2 = 1022 \text{ keV}$



Обяснението е еквивалентно на това за спирано лъчение (трябва да се отчете екраниращият ефект: по често до ядрото – без екраниране):

Сечение при гранични случаи:

Без екраниране: $2m_e c^2 \ll E_\gamma \ll \frac{m_e c^2 Z^{1/3}}{\alpha}$ $\sigma_p = 4 \cdot \alpha \cdot Z^2 r_0^2 \left[\frac{7}{9} (\ln 2\zeta - f(Z)) - \frac{109}{54} \right]$

Пълно екраниране: $E_\gamma \gg \frac{m_e c^2 Z^{1/3}}{\alpha}$ $\sigma_p = 4 \cdot \alpha \cdot Z^2 r_0^2 \left[\frac{7}{9} (\ln(183Z^{-1/3}) - f(Z)) - \frac{1}{54} \right]$

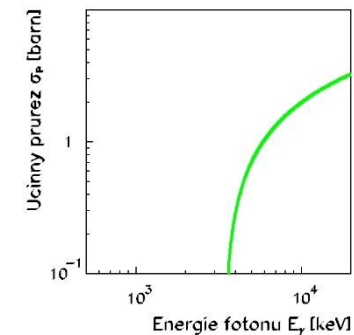
тук $f(Z)$ кулонова поправка от порядък α^2

Електронно поле („triplet“)

$$\sigma_{PT} = \frac{\alpha \cdot Z r_0^2 \pi \sqrt{3}}{2^2 3^5} (\zeta - 4)^2$$

Зависимост на σ_p от Z и E_γ е:
(за „ниски енергии“)

$$\sigma_p \sim Z^2 \ln(2E_\gamma)$$



Зависимост на сечението от енергията на фотона

$E_\gamma \gg m_e c^2$ електроните и позитроните се излъчват напред $\Theta \approx 1/\zeta$

Взаимодействия с малки сечения

Еластично Rayleigh разсейване

Ядрено Thomson разсейване – полагане $e \rightarrow Ze$, $m_e \rightarrow M_j$

тогава
$$r_0 \Rightarrow r_j = \frac{Z^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 M_j c^2} \approx \frac{Z^2}{A} \cdot 1,5 \cdot 10^{-18} m$$

Пълно сечение:
$$\sigma_{TJ} = \frac{8\pi}{3} r_j^2 \approx \frac{Z^4}{A^2} \cdot 12,6 \cdot 10^{-36} m^2 = \frac{Z^4}{A^2} \cdot 0,126 \mu \text{ barn}$$

Ядрено резонансно разсейване (пример: гигантски диполен резонанс)

Фотоядрени реакции – резонансни процеси с много малки вероятности

Сеченията за фотоядрени реакции са от порядъка на **mbarn** до **barn** и в тесен енергетичен интервал. Взаимодействията с електрони са от порядъка на няколко barn-а до около 10^5 barn-а в Широк енергетичен интервал.

Взаимодействие на фотона с кулоновото поле на ядрото (**Delbrück scattering**) –

Може да се разглежда като раждане на виртуална двойка с последваща аниhilация.

Вторични процеси

Рентгенови лъчи

Флуоресцентна ефективност(коефициент):

$$\omega = \frac{N_X}{N_A + N_X}$$

N_X – рентгенови фотона N_A – оже електрони

Оже електрони

Аниhilация на електрон и позитрон

Позитроните се спират чрез йонизационни загуби и аниhilират в покой → 2 гама кванта с енергия от по 511 keV

Спирачно рентгеново лъчение породено от спирането на електрони или позитрони

Движение на електрони и позитрони:

- 1) Йонизационни загуби
- 2) Спирачно лъчение



Заредена частица се движи с ускорение в полето на атомното ядро → излъчва фотони

Оже електрони

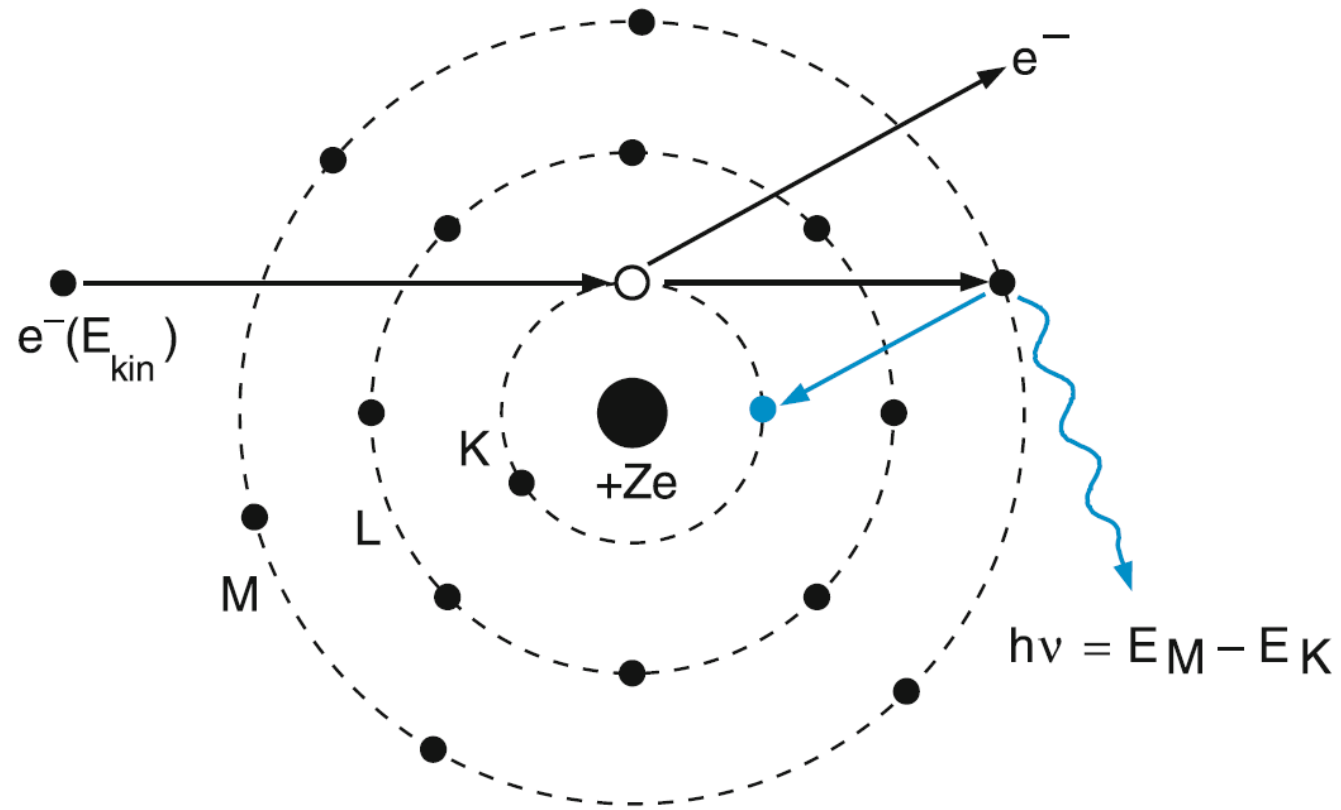
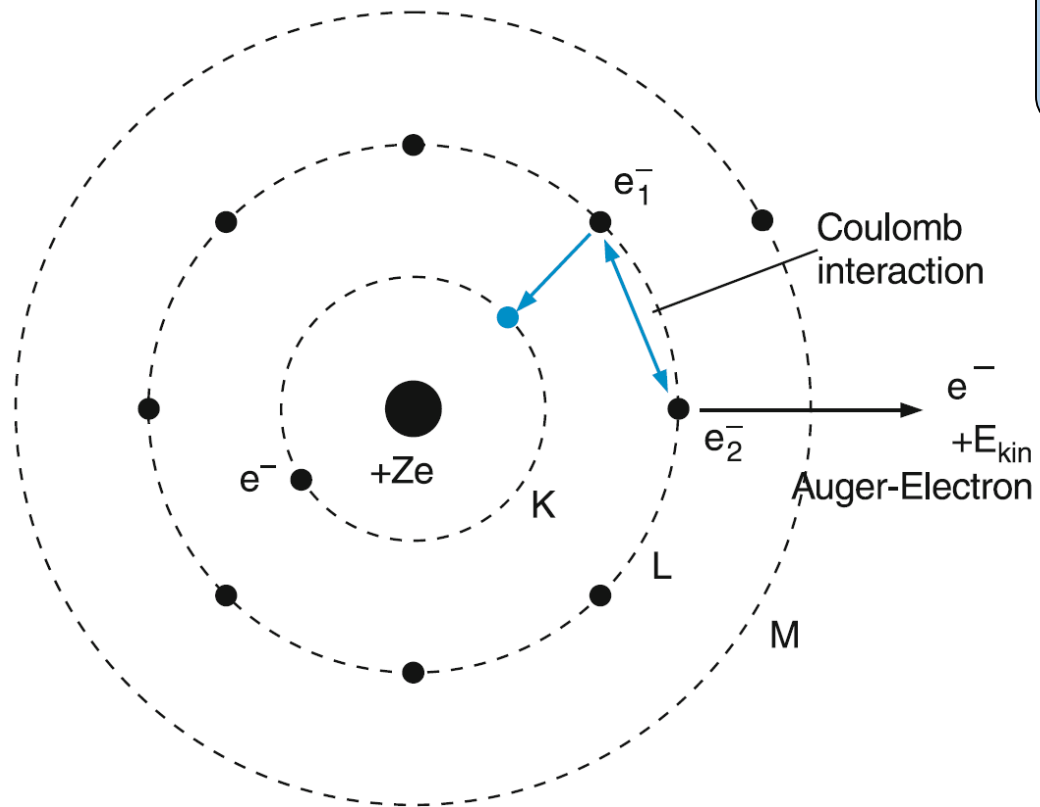


Fig. 6.39. Inner shell excitation with subsequent emission of characteristic X-rays

Оже електрони



$$E_{kin} = E_i - E_k - E_B$$

Fig. 6.40. The Auger effect. The electron e_1^- in the L shell falls down into the vacancy in the K shell and transfers its energy to the electron e_2^- , which leaves the atom

Вторични процеси

Рентгенови лъчи

Флуоресцентна ефективност (коефициент): $\omega = \frac{N_X}{N_A + N_X}$

N_X – рентгенови фотона N_A – оже електрони

Оже електрони

Аниhilация на електрон и позитрон

Позитроните се спират чрез йонизационни загуби и аниhilират в покой → 2 гама кванта с енергия от по 511 keV

Спирачно рентгеново лъчение породено от спирането на електрони или позитрони

Движение на електрони и позитрони:

- 1) Йонизационни загуби
- 2) Спирачно лъчение



Заредена частица се движи с ускорение в полето на атомното ядро → излъчва фотони

Пълно поглъщане на гама квантите във веществото

Фотона може да загуби голяма част (дори цялата) си енергия при едно взаимодействие → снопа отслабва, няма фиксиран обхват

Уравнение за намаляване броя на фотоните:

$$dI = -\mu \cdot I \cdot dx$$

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu \cdot x}$$

μ – пълен коефициент на абсорбция – обратната стойност на средния свободен пробег на фотона в материала

Пълно сечение:

$$\sigma = \sigma_F + \sigma_C + \sigma_P$$

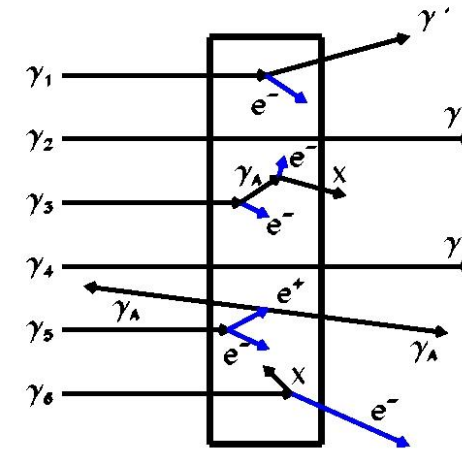
Умножен по броя атоми в единица обем N:

$$\mu = N\sigma = \frac{N_a \rho \sigma}{A}$$

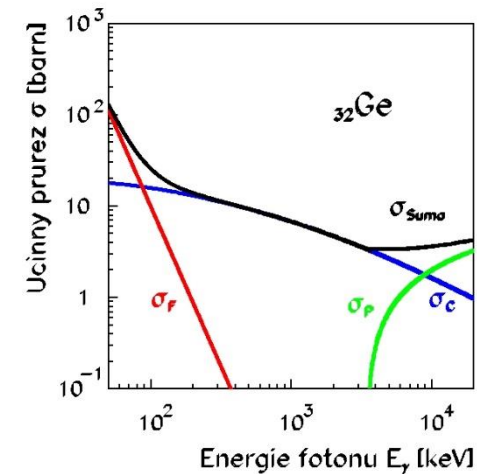
където N_a – константа на Авогадро, A – атомна маса, ρ – плътност на материала

За съставни материали или смеси е валидно правилото на Браг:

$$\frac{\mu}{\rho} = w_1 \frac{\mu_1}{\rho_1} + w_2 \frac{\mu_2}{\rho_2} + \dots$$



Главни процеси



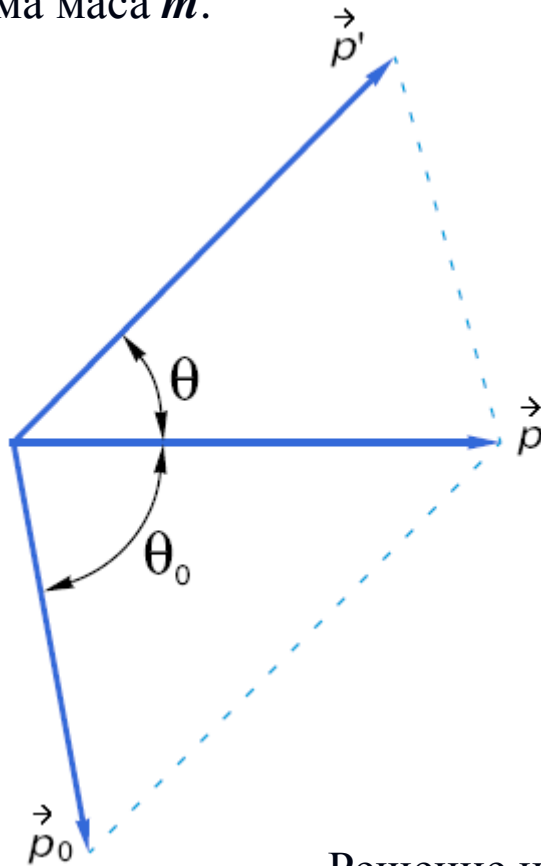
Пълно сечение

Кинематика на разсейването

Частича с маса M , енергия E и импулс p

Удря се в частица, която се намира в покой

и има маса m .



$$E = \sqrt{(pc)^2 + (Mc^2)^2}$$

Закон за съхранение на енергията и импулса

$$E = E' + T,$$

$$p = p' \cos \theta + p_0 \cos \theta_0,$$

$$0 = p' \sin \theta - p_0 \sin \theta_0,$$

$$E' = \sqrt{(p'c)^2 + (Mc^2)^2},$$

$$T = \sqrt{(p_0c)^2 + (mc^2)^2} - mc^2.$$

при $\theta \rightarrow 0$ $p' \approx p$, $\theta_0 \rightarrow \pi/2$ и $T, p_0 \rightarrow 0$

Решение на системата уравнения

$$T = \frac{2(pc)^2 mc^2 \cos^2 \theta_0}{(E + mc^2)^2 - (pc)^2 \cos \theta_0}$$

Максимална стойност T достига при $\theta_0=0$:

$$T_{\max} = \frac{2\beta^2\gamma^2 mc^2}{1 + 2\gamma\frac{m}{M} + \left(\frac{m}{M}\right)^2},$$

където $\beta = v/c$ и $\gamma = E/M$ – Лоренцов-фактор

Разглеждаме разсейване на тежка частица върху лека ($M \gg m$)

В нерелативисткият случай ($\beta\gamma \ll 1$)

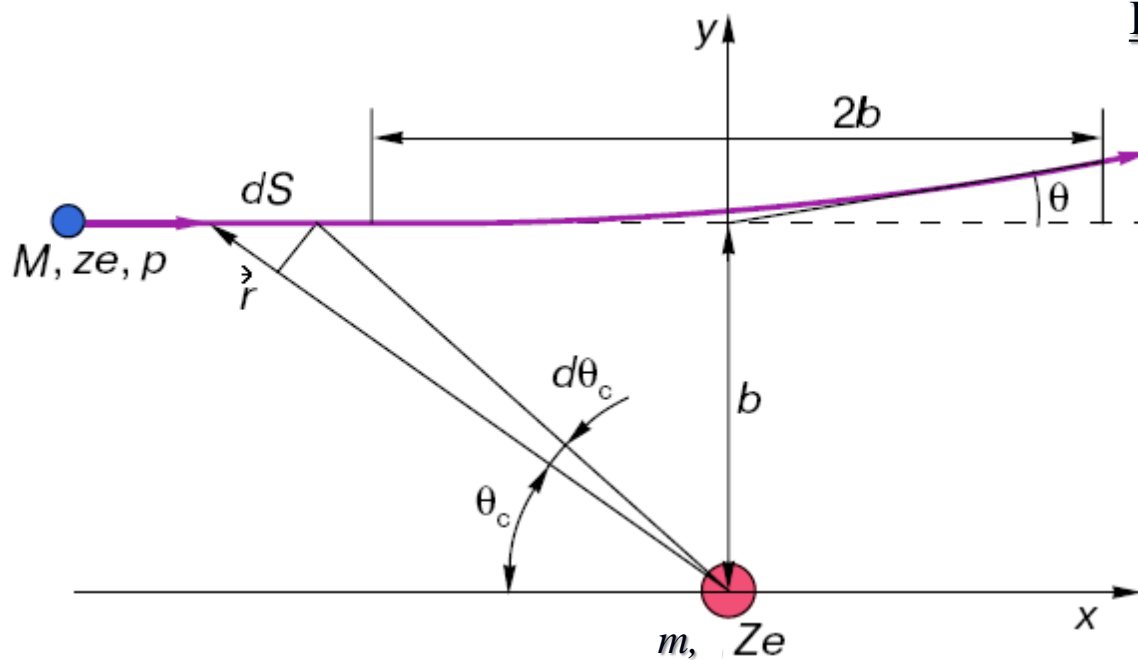
$$T_{\max} = 2p^2 m / M^2 = 2\beta^2 mc^2 = 2m v^2$$

В релативисткият случай ($\beta\gamma > 1$)

$$2\gamma m / M \ll 1, T_{\max} \approx 2m\beta^2\gamma^2.$$

$$(2\gamma m / M \gg 1) T_{\max} \approx \gamma M = E$$

Динамика на кулоновото расейване



При малки ъгли на расейване

$(\theta \ll 1)$:

$$p_0 = \int_{-\infty}^{\infty} F_y(t) dt$$

Електричното поле
на частицата:

$$\mathcal{E} = \frac{ze r}{r^3} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta_c)^{3/2}}$$

$$dt = ds/v \quad ds = r d\theta_c / \sin \theta_c$$

$$b = r \sin \theta_c \text{ и } \mathcal{E}_y = \mathcal{E} \sin \theta_c$$

$$dp_0 = Ze \mathcal{E}_y dt = \frac{zZe^2}{bv} \frac{(1 - \beta^2) \sin \theta_c}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta_c)^{3/2}} d\theta_c$$

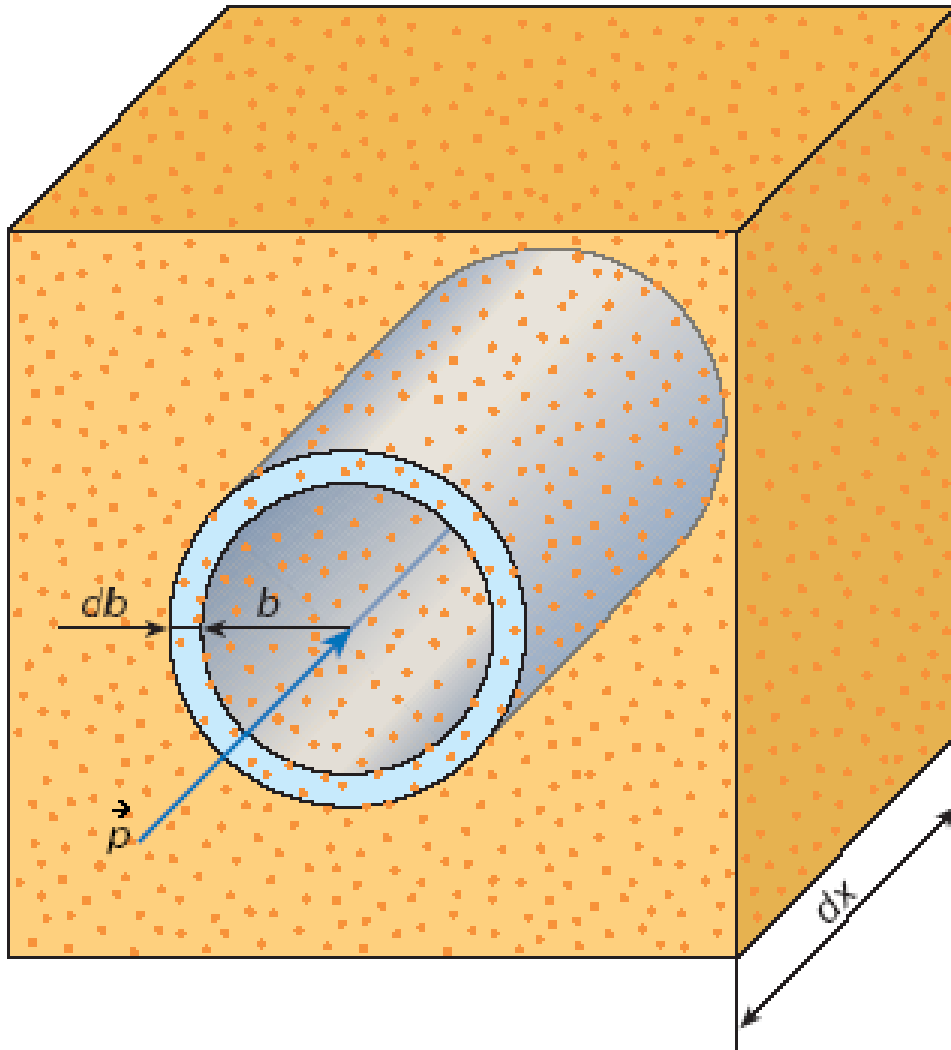
Интегриране по $d\theta_c$ от 0 до π дава:

$$p_0 = \frac{2zZe^2}{bv}$$

Предадената енергия е:

$$T = p_0^2 / (2m) = \frac{2}{m} \left(\frac{zZe^2}{bv} \right)^2$$

Специфични загуби на енергия



Брой центрове на «разсейвателя»:

$$dN = 2\pi b |db| n_0 dx$$

n_0 – плътност на «разсейвателя».

$$b = \sqrt{2} zZe^2 / v \sqrt{mT}$$

$$T dN = \frac{2\pi}{m} \left(\frac{zZe^2}{v} \right)^2 \frac{dT}{T} n_0 dx$$

Пълна предадена енергия:

$$T_0 = \frac{2\pi}{m} \left(\frac{zZe^2}{v} \right)^2 n_0 dx \ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}}$$

Тъй като $T_0 = -dE$, то

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi}{m} \left(\frac{zZe^2}{v} \right)^2 n_0 \ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}}$$

За електрона $Z = 1 \Rightarrow$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi(z e^2)^2}{m_e v} Z n \ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}}$$

Z – атомен номер на веществото! n – атомна плътност на веществото.

Забележка: Приноса на ядрата в йонизационните загуби е малък поради това, че:

$$dE_{\text{я}}/dE_e \approx Z m_e / M_{\text{я}} \sim 2 \cdot 10^{-4}.$$

За T_{\max} получаваме

$$T_{\max} = \frac{2\beta^2 \gamma^2 m c^2}{1 + 2\gamma \frac{m}{M} + \left(\frac{m}{M}\right)^2},$$

Ако $M \gg m$

В нерелативисткият случай ($\beta\gamma \ll 1$)

$$T_{\max} = 2p^2 m / M^2 = 2\beta^2 m c^2 = 2m v^2$$

В релативисткият случай ($\beta\gamma > 1$)

$$2\gamma m / M \ll 1, T_{\max} \approx 2m\beta^2 \gamma^2.$$

$$(2\gamma m / M \gg 1) T_{\max} \approx \gamma M = E$$

На пръв поглед $T_{\min} = I$, където I – е среден йонизационен потенциал на атомите на веществото. Въпреки това, в областа на предаваната енергия $\Delta E = E - E' \sim I$ е необходимо вече да се отчита квантовият характер на движението на електроните в атома. Съгласно принципа за неопределеност на Хайзенберг (на енергията и времето), времето на реакцията може да бъде оценено като $\tau \sim \hbar/I$. От друга страна, съгласно класическата динамика, $\tau \sim p_0/F_{y,\max} = 2b/(\nu\gamma)$, т.е. времето, за което частицата, действа с максимална сила $F_{y,\max} = zZ\gamma e^2/b^2$ предава на електрона импулс $p_0 = 2zZe^2/(b\nu)$. По този начин, намираме $b = \hbar\nu\gamma/(2I)$. Принципа на Хайзенберг за неопределеност на импулса и координатите по оста y дава

$p_0 \geq \hbar/(2b) \Rightarrow p_{0\min} = I/\nu\gamma$. От тук пък получаваме следната оценка:

$$T_{\min} = p_{0\min}^2 / (2m_e) = I^2 / (2m_e \nu^2 \gamma^2)$$

Спирачна способност

Използвайки получената оценка за T_{\min} , за специфичната загуба на енергия получаваме (или *линейна спирачна способност на* веществото):

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi r_e^2 \cdot m_e c^2 \cdot \frac{z^2}{\beta^2} \cdot Zn \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2}$$

$r_e = e^2/(m_e c^2) \approx 2,8 \cdot 10^{-13}$ см – класически радиус на електрона.

Атомната плътност е: $n = N_A \rho / A$, където N_A – число на Авогадро; ρ – плътност на веществото; A – масово число. От тук получаваме *масовата спирачна способност на* веществото (*stopping power*):

$$-\frac{dE}{\rho dx} = K \frac{z^2}{\beta^2} \frac{Z}{2A} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2},$$

$$K = 4\pi r_e^2 \cdot m_e c^2 \cdot N_A = 0,307 \text{ МэВ}/(\text{г}/\text{см}^2).$$

Забележка. За леки елементи $Z/A \approx 1/2$, а за тежки $Z/A \approx 2/5$.

Формула на Бете-Блох

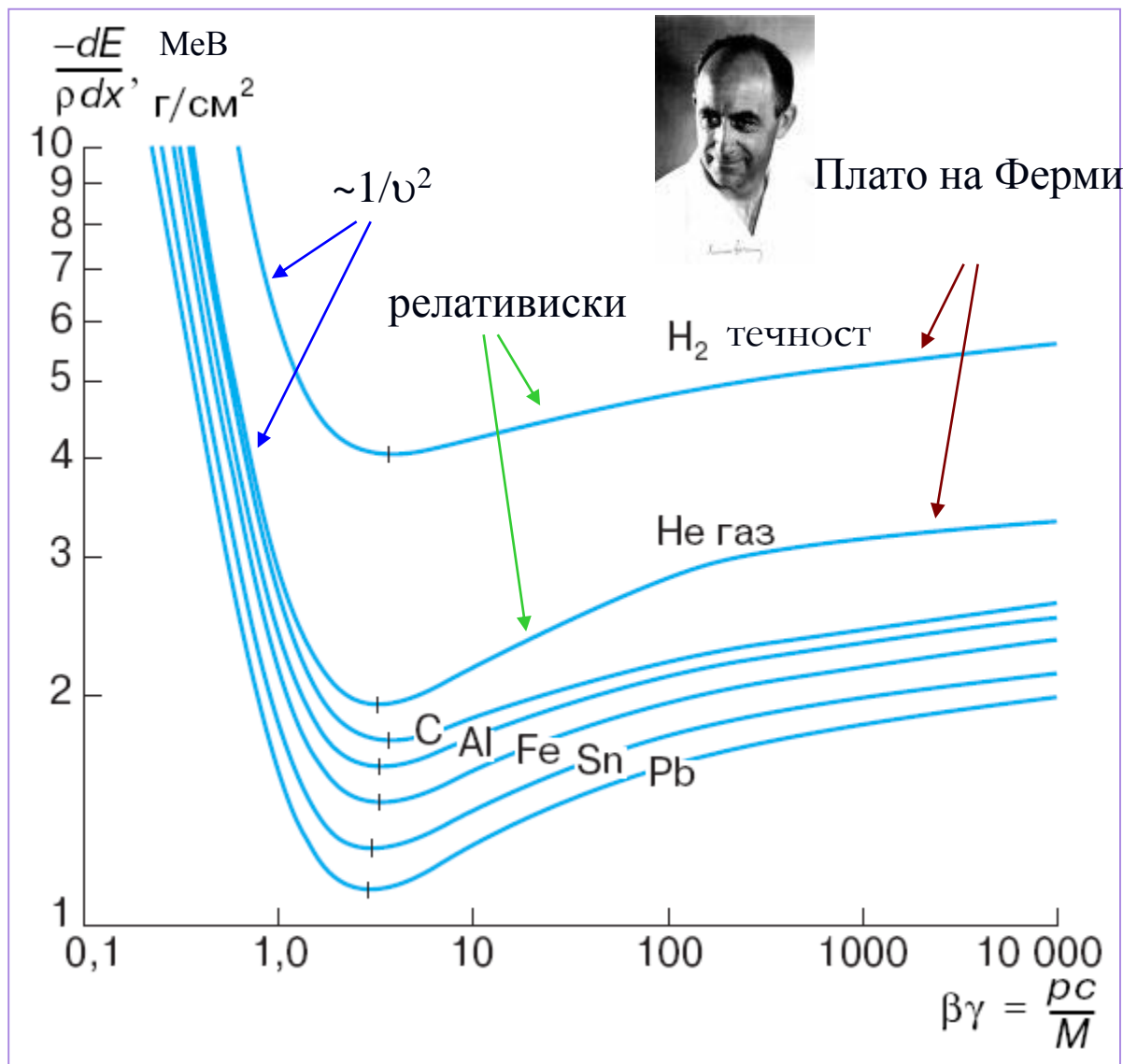
По точен израз за изразяване на спирачната способност се дава с формулата на **Бете-Блох**:

$$-\frac{dE}{\rho dx} = K \frac{z^2 Z}{\beta^2 A} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right)$$

- γ – отчита релятивисткият ефект на електричното поле на частицата, т.е. намалява надлъжната и увеличава напречната компонента на полето;
- β^2 – отчита случаите на предаване на големи енергии на електрона от релятивистки частици (т.е. случаи на големи ъгли на разсейване);
- δ – ефект, свързан с поляризацията на атома, когато с нарастване на γ прицелният параметър $b_{\max} = \hbar v \gamma / (2I)$ започва значително да превишава между атомното разстояние (при $\gamma \gg 1$ $\delta = 2 \cdot \ln(\beta \gamma \hbar \omega_p / I)$, където $\hbar \omega_p = 28,8 \cdot (\rho Z / A)^{1/2}$ eV – плазменна енергия на веществото (ρ в г/см³)).

Основни свойства на формулата на Бете-Блоха:

1. Специфичните загуби са пропорционални на квадрата на заряда на частицата z^2 ;
2. Специфичните загуби слабо зависят от масата на частицата M ;
3. Специфичните загуби зависят от скоростта на частицата, в широк диапазон по скорости $\sim 1/v^2$;
4. Специфичните загуби са пропорционални на плътността на електроните в средата nZ .



При малки скорости на частиците, сравними с орбиталните скорости на електроните в атомните среди, започват да играят ролята на презареждане. Ефективният заряд на частиците се намалява \Rightarrow величината специфична загуба спада. За малки z :

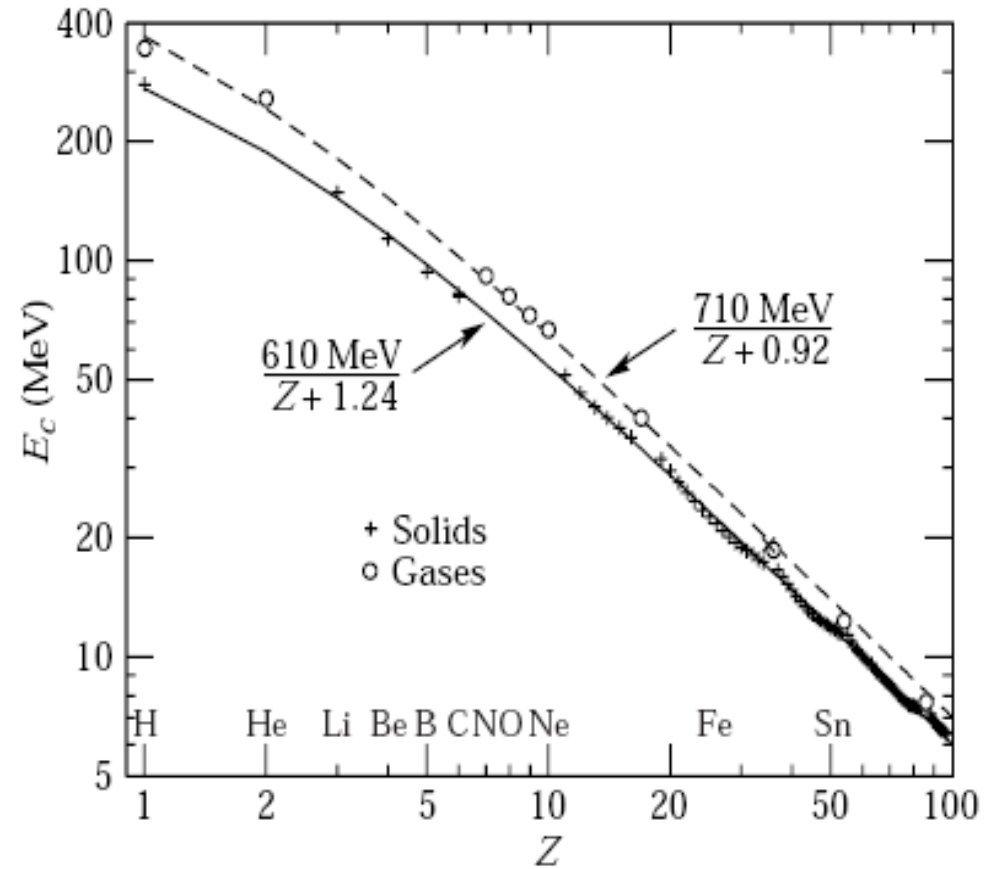
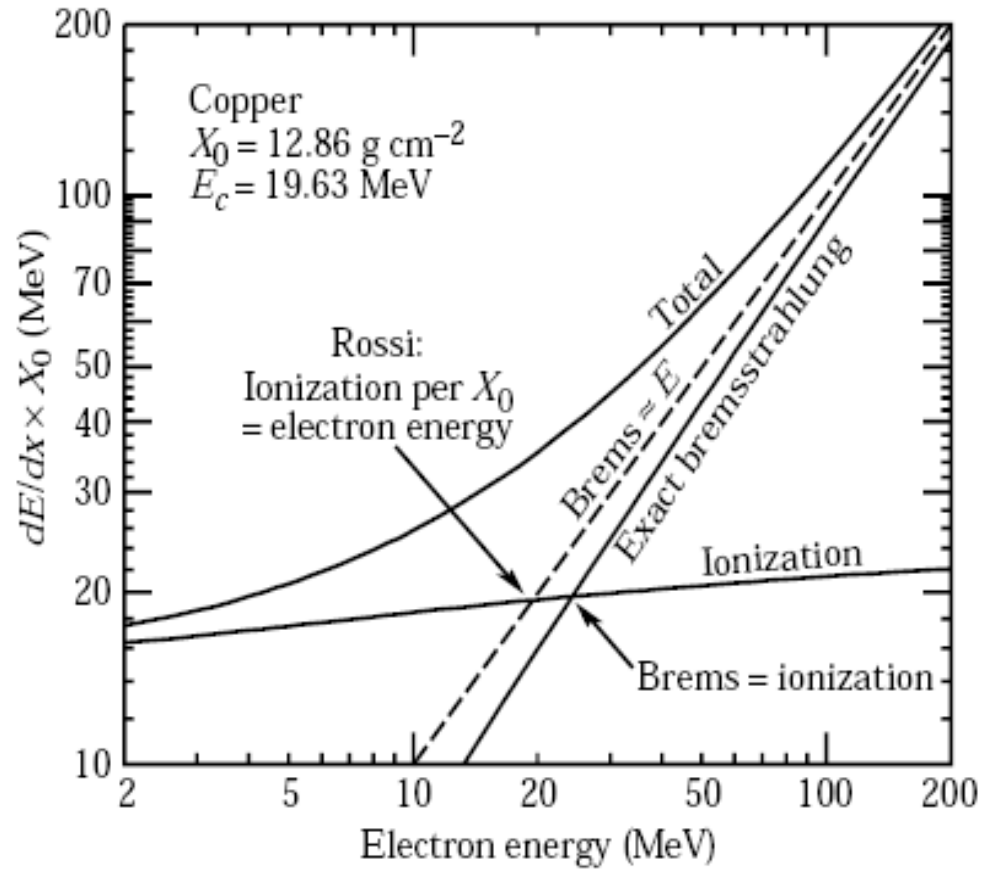
$$\frac{\sigma_{\text{захват}}}{\sigma_{\text{загуба}}} \sim \beta^{-5}$$

При това при скорости, близки до орбиталните скорости на захванатите електрони, $\sigma_{\text{захват}} \approx \sigma_{\text{загуба}}$.

Йонизационни способности на някои елементи

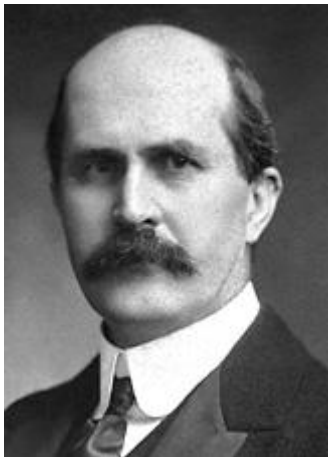
елемент	I [eV]	Z	A	Z/A	ρ [g/cm ³]
He	64	2	4	0,5	$1,78 \cdot 10^{-4}$
C	78	6	12	0,5	2,3
Al	166	13	27	0,48	2,7
Cu	371	29	63,5	0,46	9,0
Pb	1071	82	207	0,4	11,3
въздух	94	7,2	14	0,5	$1,22 \cdot 10^{-3}$

$$\left(-\frac{dE}{\rho dx}\right)_{\text{ион}} = \frac{E_{\text{крит}}}{E} \left(-\frac{dE}{\rho dx}\right)_{\text{рад}} = \frac{E_{\text{крит}}}{E} \frac{E}{X_0} = \frac{E_{\text{крит}}}{X_0} \quad (X_0 = \rho L_r)$$



$(-dE/\rho dx)_{\text{рад}} = E/X_0$, где X_0 – радиационна дължина (в g/cm^2).

Правило на Браг



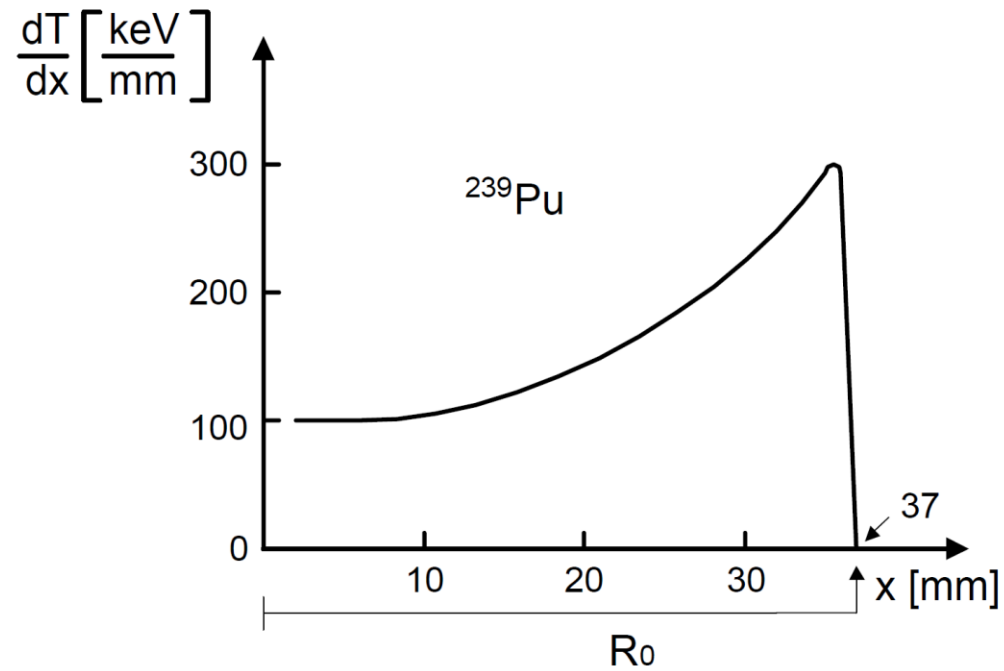
Sir William Henry Bragg
(1862 – 1942)

През 1905 г. австралииският физик Браг формулирал правило, съгласно което, спиращната способност на веществото, в чийто състав влизат няколко химически елементи, представлява линейна комбинация от спиращните способности на тези елементи:

$$\left(-\frac{dE}{\rho dx} \right) = \sum_j \frac{\rho_j}{\rho} \left(-\frac{dE}{\rho dx} \right)_j$$

ρ_j , $\left(-dE/\rho dx \right)_j$ - Плътност и спиращна способност на веществото от j-тия елемент

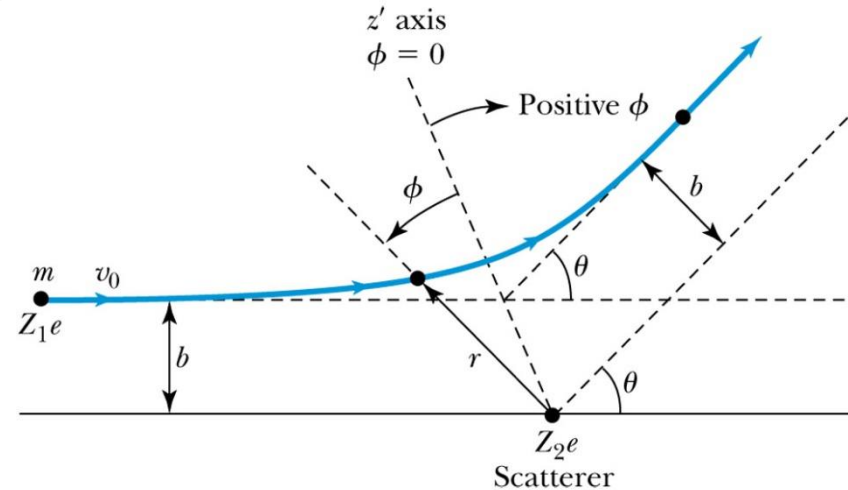
Крива на Бряг



Фиг.20. Поведение на специфичните йонизационни загуби в зависимост от пробега на α -частици от ^{239}Pu (крива на Бряг).

Ръдърфордово разсейване

- Експериментите по разсейване помагат да се изучават много малки обекти, които не могат да се наблюдават пряко.
- Има връзка между прицелния параметър b и ъгъла на разсейване θ .



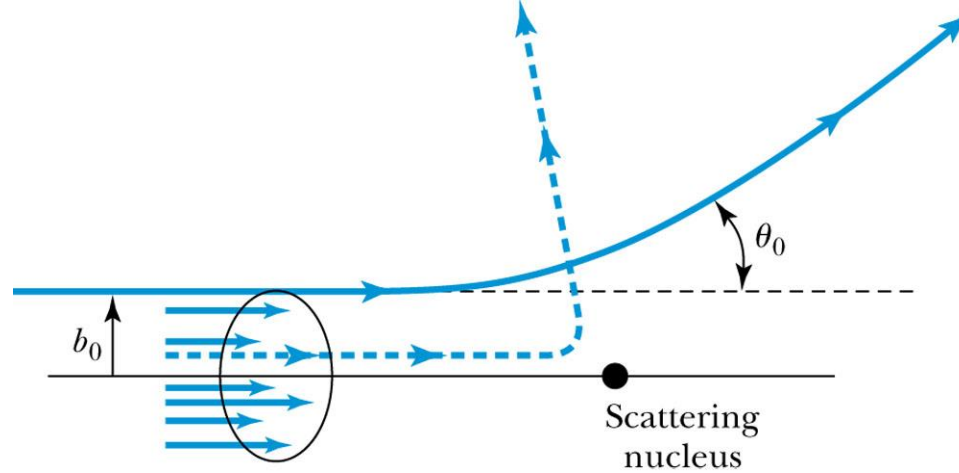
Когато b е малък,

- r също е малко.
- Кулоновите сили са големи.
- θ може да е голям, тоест може да имаме обратно разсейване.

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 K} \cot \frac{\theta}{2} \quad \text{където} \quad K = mv_0^2 / 2$$

Ръдърфордово разсейване

- Всяка частица от кръга с площ πb_0^2 ще се разсейват по подобен начин.



© 2006 Brooks/Cole - Thomson

- Сечението $\sigma = \pi b^2$ е свързано с **вероятността** частицата да е разсеяна от ядрото.

$$= \pi n t \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{8 \pi \epsilon_0 K} \right)^2 \cot^2 \frac{\theta}{2}$$

- Може да се дефинира коефициента:

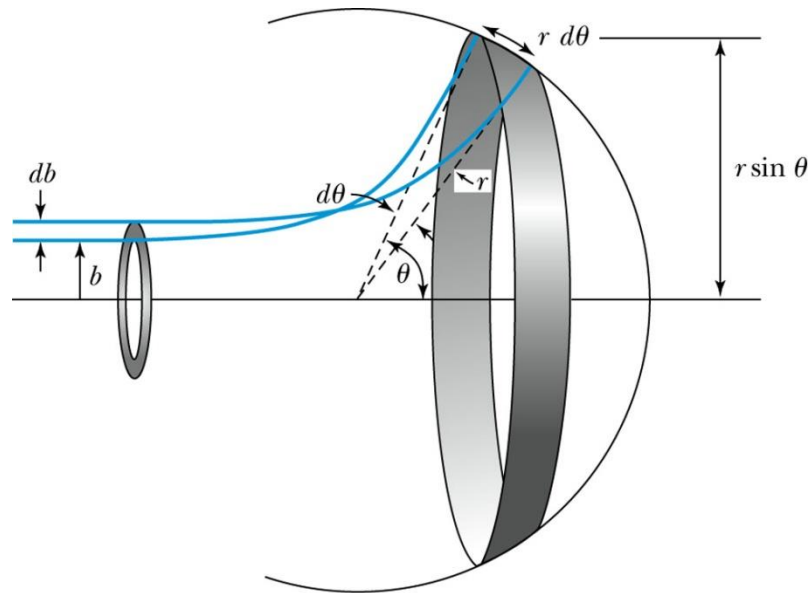
$$f = \frac{\text{target area exposed by scatterers}}{\text{total target area}}$$

- Брои разсеяни частици за единица площ:

$$n t = \frac{\rho N_A N_M t}{M_g} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^2}$$

Уравнение за разсейване на Ръдърфорд

- В реалният експеримент детектора покрива ъгли от θ до $\theta + d\theta$, което отговаря на регистрирани частици намиращи се между b и $b + db$.

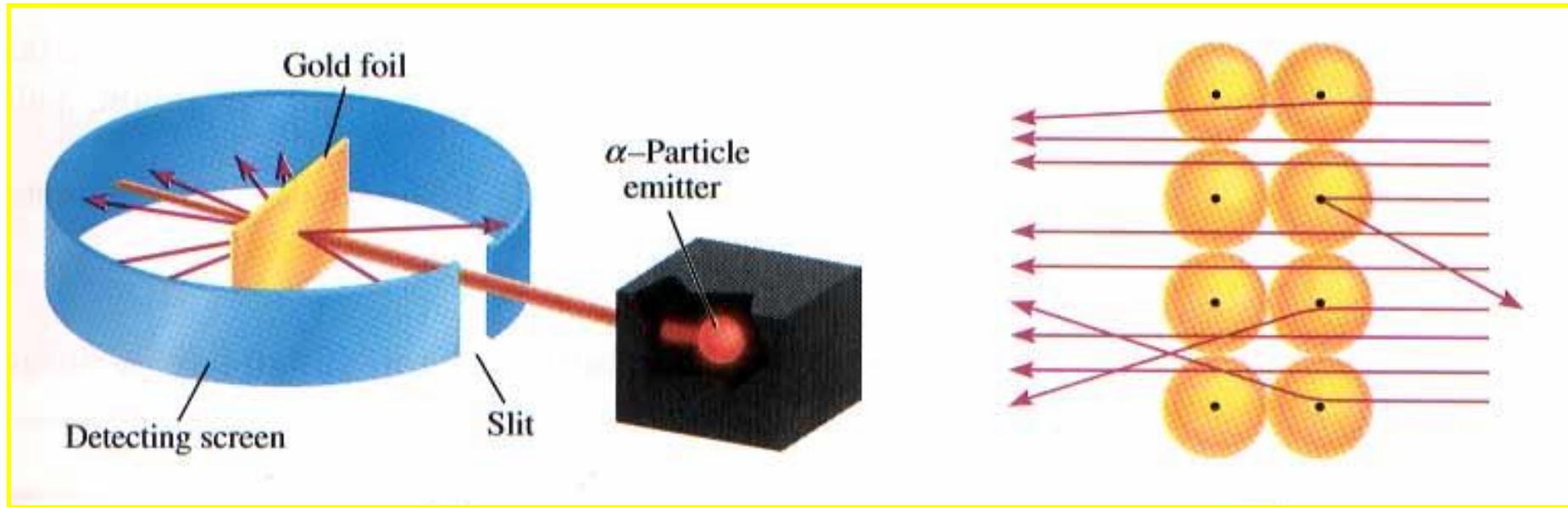


© 2006 Brooks/Cole - Thomson

- Броя частици разсеяни за единица площ тогава се дава със следният израз:

$$N(\theta) = \frac{N_i n t}{16} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{Z_1^2 Z_2^2}{r^2 K^2 \sin^4(\theta/2)}$$

Експеримент на Ернест Ръдърфорд със златно фолио - 1911

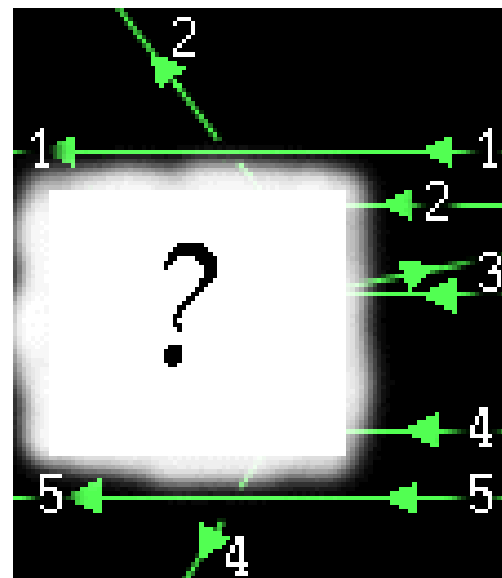
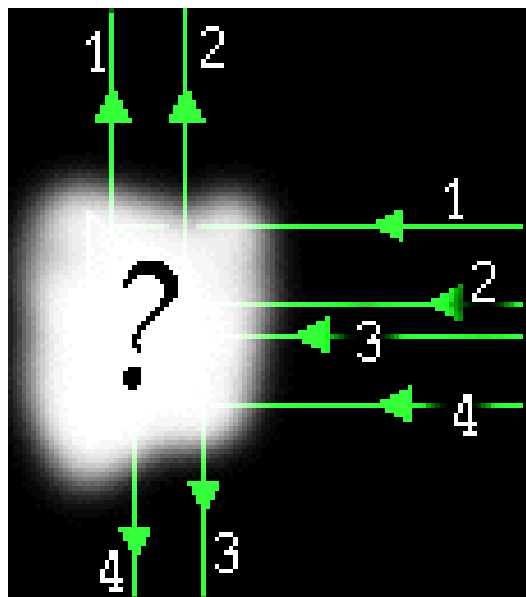


- **Алфа частиците (хелиеви ядра) – се изстрелват срещу златно фолио**
- **Около пластината е разположен екран който детектира и позволява запис на попадналите частици**

Въпроса, който стоял пред Ръдърфорд?

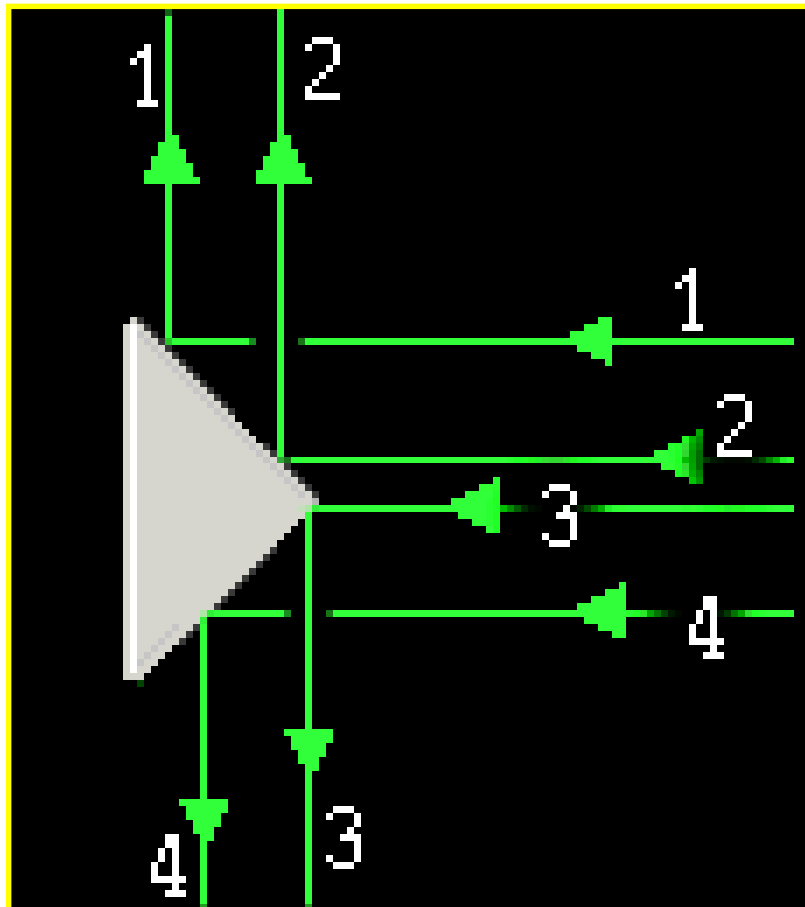
На картинките са показани две мишени стоящи зад облаци. За да определим каква е формата на всяка от двете мишени ние обстрелваме със снопове облаци и записваме откъде и под какъв ъгъл те излизат от облака. Можете ли да определите формите на двете мишени по така дадената ви информация?

Мишена
№1

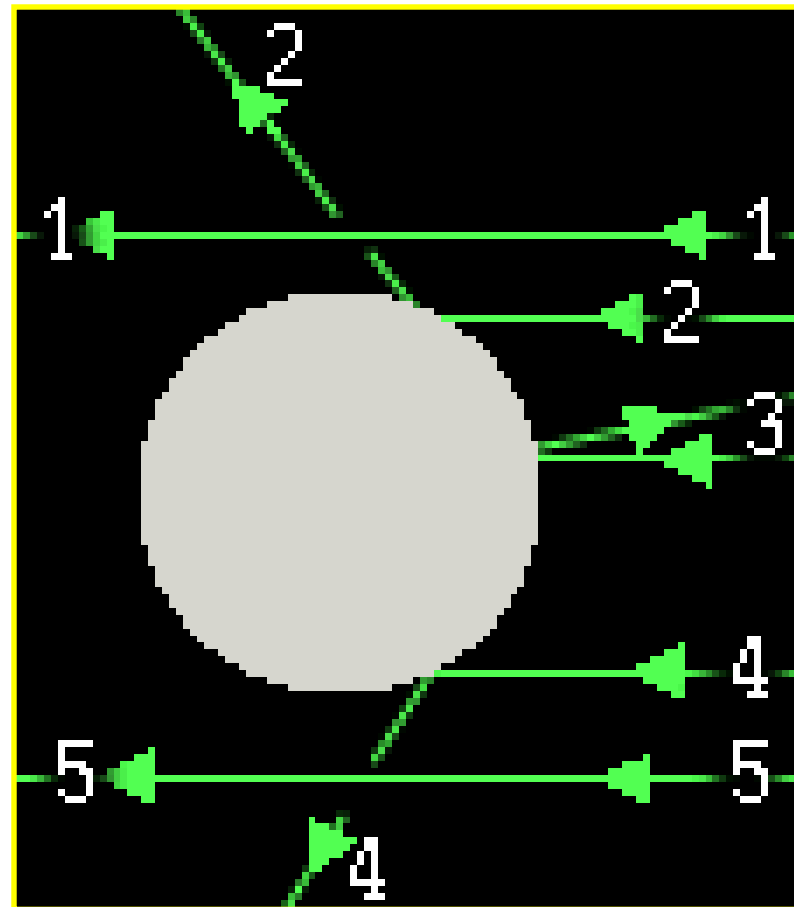


Мишена
№2

Отговора:

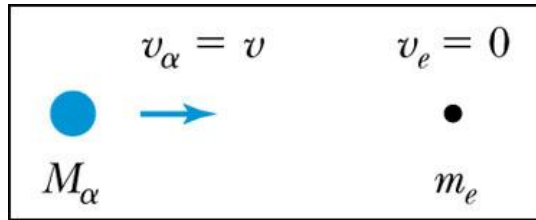


Мишена №1

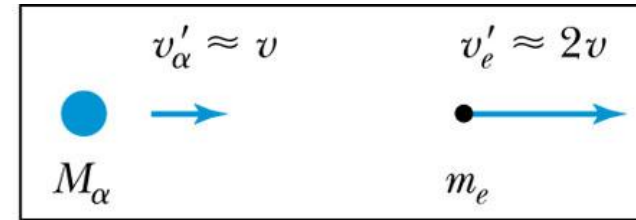


Мишена №2

Пример



Преди

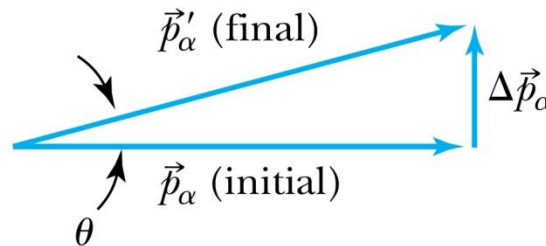


След

- Максималния ъгъл на разсейване отговаря на максимална промяна на импулса.
- Максималната промяна на импулса за α частиците е:

$$\Delta \vec{p}_\alpha = M_\alpha \vec{v}_\alpha - M_\alpha \vec{v}'_\alpha = M_e \vec{v}'_e \quad \Delta p_{\max} = 2m_e v_\alpha$$

- Определяме θ като вземем Δp_{\max} да бъде перпендикулярно на посоката на движение



$$\theta_{\max} = \frac{\Delta p_\alpha}{p_\alpha} = \frac{2m_e v_\alpha}{M_\alpha v_\alpha} = \frac{2m_e}{M_\alpha} = 2.7 \times 10^{-4} \text{ rad} = 0.016^\circ$$

Многократно разсейване от електрони

- Ако α частиците се разсеят от множество електрони, то за N електрона за пълния ъгъл имаме. $\langle \theta \rangle_{\text{total}} \approx \sqrt{N} \theta$

- Броя атоми атомите в златната пластина с дебелина 6×10^{-7} m са:

$$\begin{aligned} \frac{\text{Number of molecules}}{\text{cm}^3} &= [\text{Avogadro's no. (molecules/mol)}] \\ &\times \left[\frac{1}{\text{gram - molecular weight} \left(\frac{\text{mol}}{\text{g}} \right)} \right] \left[\text{density} \left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \right] \\ &= \left(6.02 \times 10^{23} \frac{\text{molecules}}{\text{mol}} \right) \left(\frac{1 \text{ mol}}{197 \text{ g}} \right) \left(19.3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \\ &= 5.9 \times 10^{22} \frac{\text{molecules}}{\text{cm}^3} = 5.9 \times 10^{28} \frac{\text{atoms}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

- Ако приемем, че разстоянието между атомите е:

$$d = (5.9 \times 10^{28})^{-1/3} \text{ m} = 2.6 \times 10^{-10} \text{ m}$$

следователно има

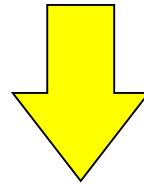
$$N = \frac{6 \times 10^{-7} \text{ m}}{2.6 \times 10^{-10} \text{ m}} = 2300 \text{ atoms}$$

Тогава за ъгъла получаваме

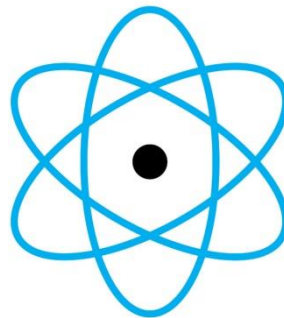
$$\langle \theta \rangle_{\text{total}} = \sqrt{2300} (0.016^\circ) = 0.8^\circ$$

Атомен модел на Ръдърфорд

- $\langle \theta \rangle_{\text{total}} = 0.8^\circ$ дори ако α частиците са се разсеяли от всички 79 електрона, които се намират във всеки атом на златото.



- Експерименталните резултати са в разрез със модела на Томсън.
- Ръдърфорд предлага планетарния модел.

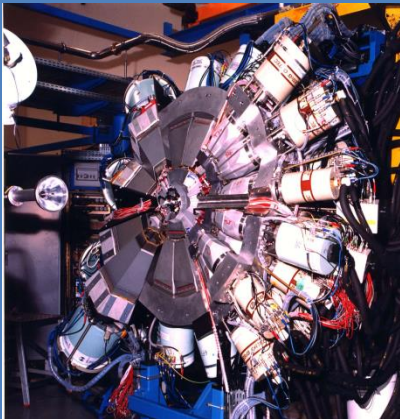
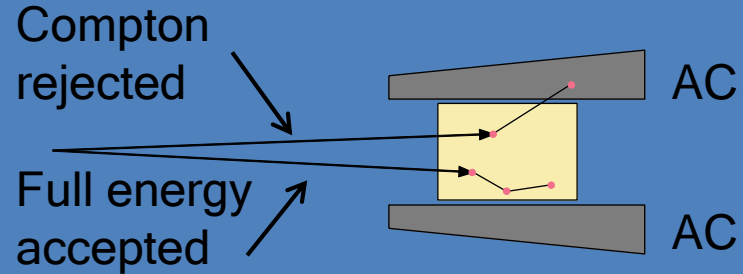




Многодетекторни системи

The New Concept of Tracking Arrays

Gamma Arrays based on Compton Suppressed Spectrometers



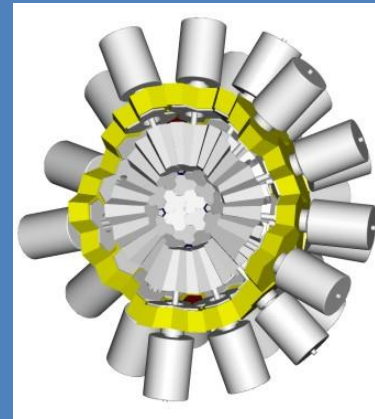
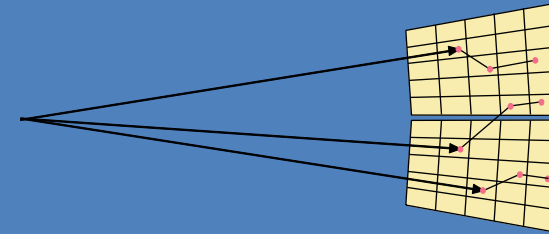
EUROBALL



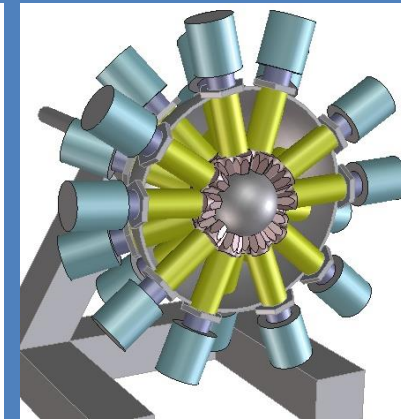
GAMMASPHERE

$\epsilon \sim 10 - 7\%$
($M_\gamma=1 - M_\gamma=30$)

Tracking Arrays based on Position Sensitive Ge Detectors



AGATA

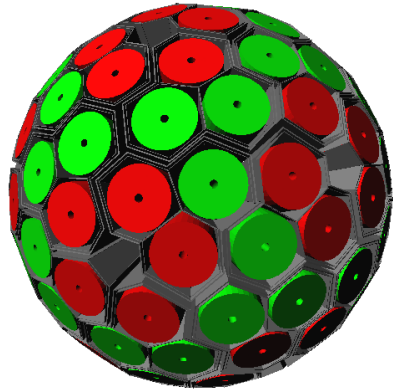


GRETA

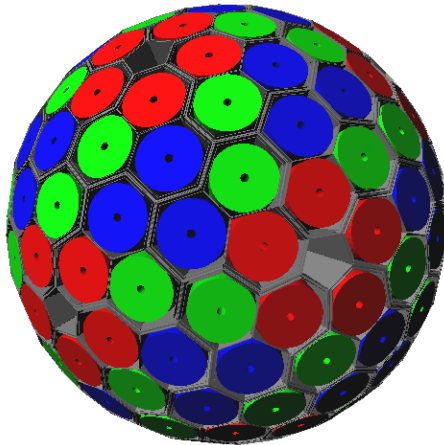
$\epsilon \sim 50 - 25\%$
($M_\gamma=1 - M_\gamma=30$)



Possible Array Configurations



120 crystals



180 crystals

A180 is AGATA's choice

Configuration	A120	A120F	A120C4	A180
Crystals (shapes)	120 (2)	120 (6)	120 (2)	180 (3)
Clusters (shapes)	40 (2)	40 (2)	30 (1)	60 (2)
Ge solid angle (%)	71.0	77.8	78.0	81.6
Ge weight (kg)	232	225	230	363
Centre to Ge (cm)	19.7	18	18.5	23.5
Electronics channels	4440	4440	4440	6660
Eff. at $M_\gamma = 1$ (%)	32.9	36.9	36.4	43.3
Eff. at $M_\gamma = 30$ (%)	20.5	22.0	22.1	28.1
P/T at $M_\gamma = 1$ (%)	52.9	53.0	51.8	58.2
P/T at $M_\gamma = 30$ (%)	44.9	43.7	43.4	49.1

GRETA is for A120C4

The Advanced GAMMA Tracking Array

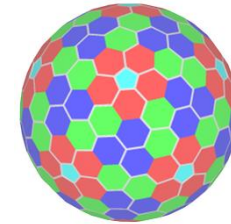
Requirements

efficiency, energy resolution, dynamic range, angular resolution, timing, counting rate, modularity, angular coverage, inner space

Quantity	Specified for	Target Value
Photo-peak efficiency (ε_{ph})	$E_{\gamma} = 1 \text{ MeV}, M_{\gamma} = 1, \beta < 0.5$	50 %
	$E_{\gamma} = 1 \text{ MeV}, M_{\gamma} = 30, \beta < 0.5$	25 %
	$E_{\gamma} = 10 \text{ MeV}, M_{\gamma} = 1$	10 %
Peak-to-total ratio (P/T)	$E_{\gamma} = 1 \text{ MeV}, M_{\gamma} = 1$	60 - 70 %
	$E_{\gamma} = 1 \text{ MeV}, M_{\gamma} = 30$	40 - 50 %
Angular resolution ($\Delta\theta_{\gamma}$)	$\Delta E/E < 1\%$	better than 1°
Maximum event rates	$M_{\gamma} = 1$	3 MHz
	$M_{\gamma} = 30$	300 kHz
Inner space for ancillaries		> 170 mm



The AGATA Collaboration



Steering Committee Chair: G de Angelis INFN-LNL



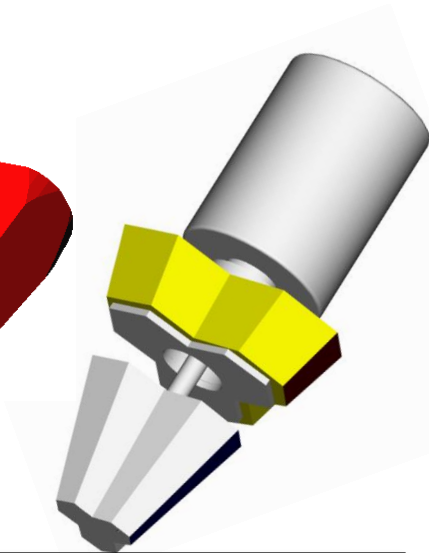
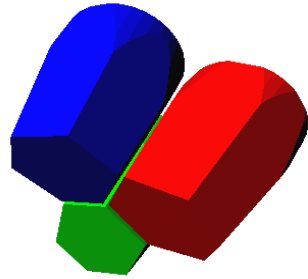
Over 40 institutions from 13 countries

Bulgaria:	Univ. Sofia
Denmark:	NBI Copenhagen
Finland:	Univ. Jyväskylä
France:	GANIL Caen, IPN Lyon, CSNSM Orsay, IPN Orsay, CEA-DSM-DAPNIA Saclay, IPHC Strasbourg, LPSC Grenoble
Germany:	GSI Darmstadt, TU Darmstadt, Univ. zu Köln, TU München
Hungary:	ATOMKI Debrecen
Italy:	INFN-LNL, INFN and Univ. Padova, Milano, Firenze, Genova, Napoli,
Poland:	NINP and IFJ Krakow, SINS Swierk, HIL & IEP Warsaw
Romania:	NIPNE & PU Bucharest
Sweden:	Univ. Göteborg, Lund Univ., KTH Stockholm, Uppsala Univ.
Turkey:	Univ. Ankara, Univ. Istanbul, Technical Univ. Istanbul
UK:	Univ. Brighton, CLRC Daresbury, Univ. Edinburgh, Univ. Liverpool, Univ. Manchester, Univ. West of Scotland, Univ. Surrey, Univ. York
Spain:	IFIC Valencia, IEM-CSIC Madrid, LRI Univ. Salamanca

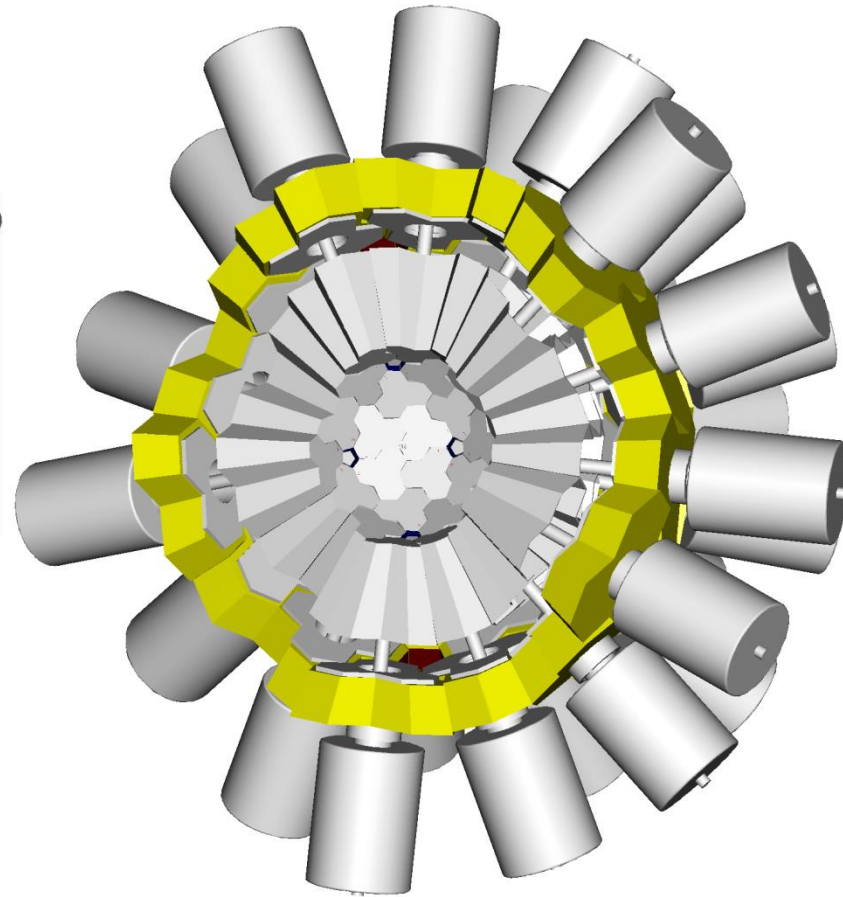
Construction of the AGATA Array



Ge crystals:
Hexaconical shape
90-100 mm long
80 mm max diameter
36 segments
Al encapsulation:
0.4 mm spacing
0.8 mm thickness



Triple clusters:
3 encapsulated crystals
Al end-cap:
2.0 mm spacing
1.0 mm thickness
111 cold FET preamplifiers



Distance between faces of crystals:
in same cluster ~2.5 mm
in adjacent clusters ~9.0 mm

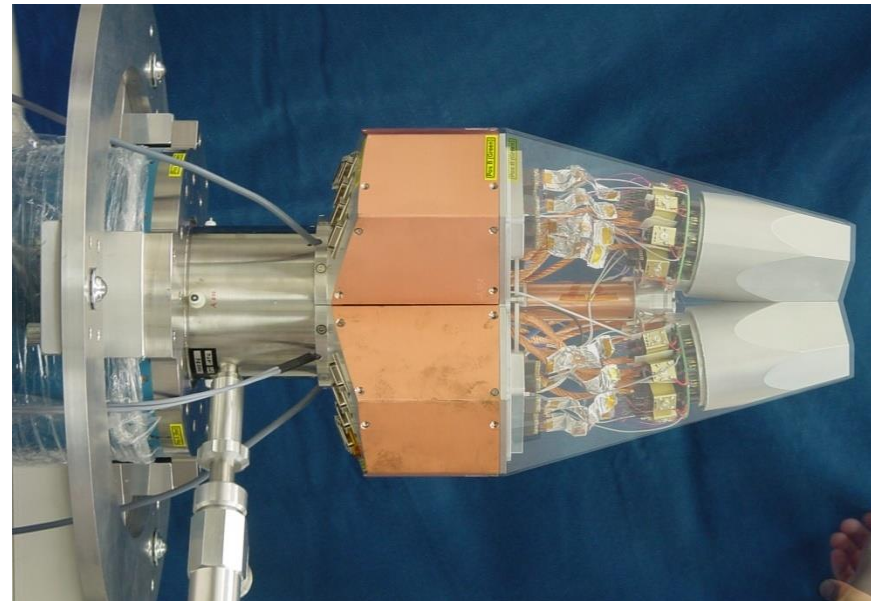
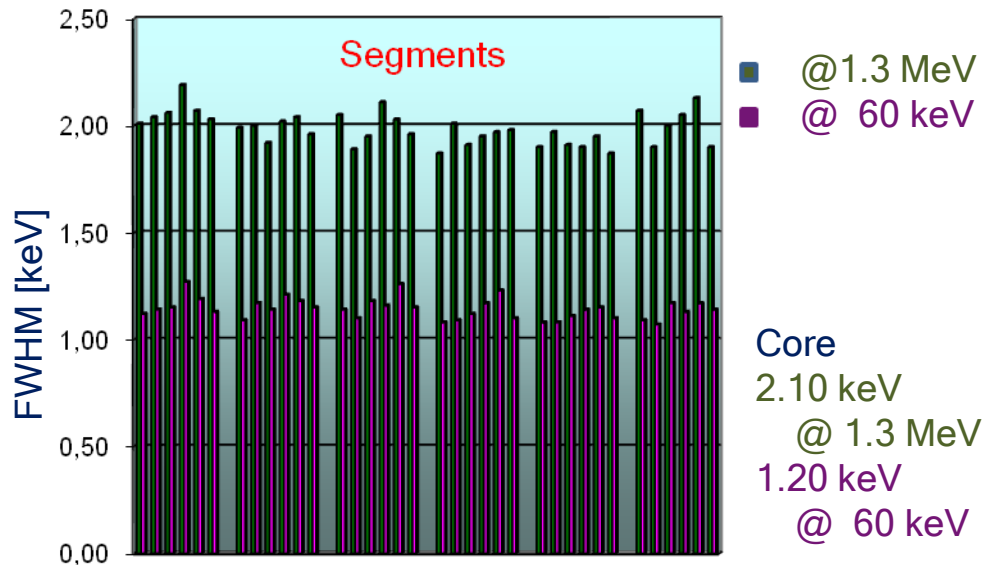
Total weight of the 60 clusters of the AGATA-180 configuration ~2.5 tons
Mounted on a self-supporting structure

Asymmetric AGATA Triple Cryostat

- integration of 111 high resolution spectroscopy channels
- cold FET technology for all signals

Challenges:

- mechanical precision
- heat development, LN2 consumption
- microphonics
- noise, high frequencies

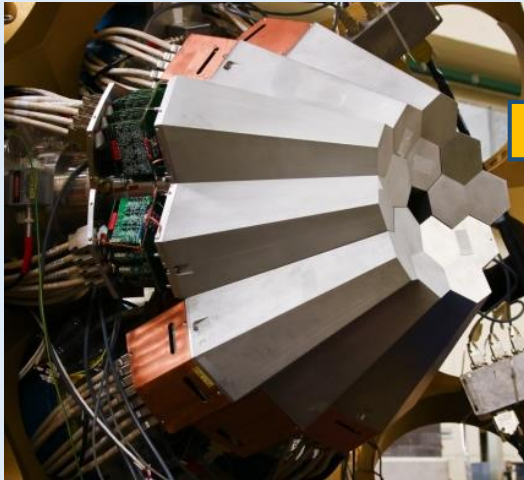


AGATA: Where it's at.



2010-2012

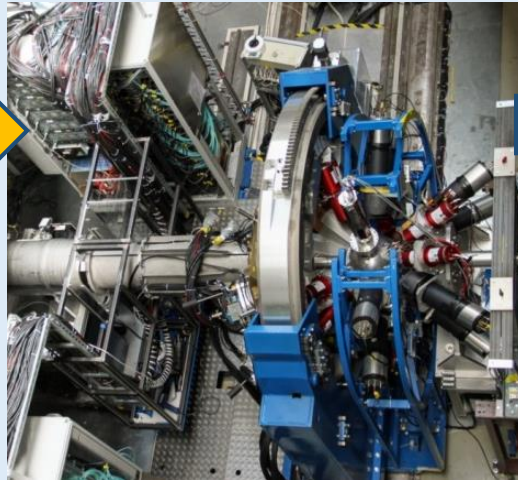
Legnaro, Italy
Intense stable beams
15 detectors



AGATA Demonstrator + PRISMA

2012-2014

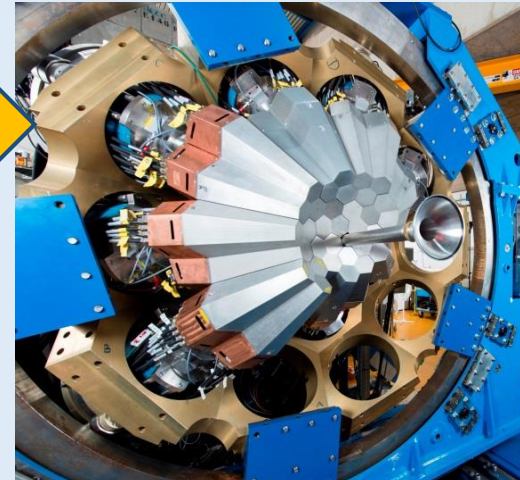
GSI, Germany
Fast fragmentation beams
25 detectors



AGATA at GSI

2014- present

GANIL, France
ISOL and stable beams
60 detectors



AGATA at GANIL

AGATA: Where next?



GANIL



ISOLDE



GSI/FAIR



SPES



JYFL



Likely AGATA Deployment

2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026
GANIL	GANIL	GANIL	GANIL	SPES	SPES	SPES	FAIR	FAIR

The physics case of AGATA@GANIL is the in-beam γ -ray spectroscopy of exotic nuclei populated by heavy-ions collisions at the Coulomb Barrier

